| | |
|---|---|
| *Rodzaj dokumentu:* | **Osiągnięcia uczniów kończących VIII klasę szkoły podstawowej. Sprawozdanie za rok 2024** |
| *Egzamin:* | **Egzamin ósmoklasisty** |
| *Przedmiot:* | **Matematyka** |
| *Termin egzaminu:* | 15 maja 2024 r. |
| *Data publikacji dokumentu:* | 20 września 2024 r. |

**WOJEWÓDZTWO MAŁOPOLSKIE**

## 1. Opis arkusza standardowego

W roku szkolnym 2023/2024 egzamin ósmoklasisty z matematyki został przeprowadzany na podstawie wymagań egzaminacyjnych określonych w rozporządzeniu w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu ósmoklasisty[1].

Uczniowie bez dysfunkcji oraz uczniowie z dysleksją rozwojową rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-100-2405. Arkusz egzaminacyjny zawierał 19 zadań, w tym 15 zadań zamkniętych (zadania wyboru wielokrotnego, zadania prawda-fałsz, zadania na dobieranie) i 4 zadania otwarte. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań można było uzyskać maksymalnie 25 punktów. Zadania obejmowały zagadnienia z zakresu m.in. arytmetyki, algebry i geometrii. Od ósmoklasistów wymagały uważnej analizy treści i elementów graficznych, a w przypadku zadań otwartych – dodatkowo zaplanowania i zapisania kolejnych etapów rozwiązania oraz sformułowania odpowiedzi.

## 2. Dane dotyczące populacji uczniów

TABELA 1. UCZNIOWIE ROZWIĄZUJĄCY ZADANIA W ARKUSZU STANDARDOWYM

| **Liczba uczniów** | | **20 549** |
|---|---|---|
| Uczniowie | bez dysleksji rozwojowej | 15 344 |
| | z dysleksją rozwojową | 5 205 |
| | dziewczęta | 9 456 |
| | chłopcy | 11 093 |
| | ze szkół na wsi | 11 166 |
| | ze szkół w miastach do 20 tys. mieszkańców | 2 444 |
| | ze szkół w miastach od 20 tys. do 100 tys. mieszkańców | 1 935 |
| | ze szkół w miastach powyżej 100 tys. mieszkańców | 5 004 |
| | ze szkół publicznych | 19 527 |
| | ze szkół niepublicznych | 1 022 |

Z egzaminu zwolniono 32 uczniów – laureatów i finalistów olimpiad przedmiotowych oraz laureatów konkursów przedmiotowych o zasięgu wojewódzkim lub ponadwojewódzkim.

TABELA 2. UCZNIOWIE ROZWIĄZUJĄCY ZADANIA W ARKUSZACH DOSTOSOWANYCH

| | | |
|---|---|---|
| Uczniowie | z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera | 139 |
| | słabowidzący i niewidomi | 58 |
| | słabosłyszący i niesłyszący | 77 |
| | z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim | 348 |
| | z afazją | 129 |
| | z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym | 9 |
| | o których mowa w art. 165 ust. 1 ustawy[2] (cudzoziemcy) | 389 |
| | obywatele Ukrainy[3][4] | 925 |
| | z zaburzeniem widzenia barw | 8 |
| | **Ogółem** | **2 089** |

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 15 lipca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu ósmoklasisty przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (poz. 1591).
[2] Ustawa z dnia 14 grudnia 2016 r. *Prawo oświatowe* (Dz.U. z 2024 r. poz. 737).
[3] Dz.U. z 2024 r. poz. 167, z późn. zm.
[4] Uczniowie – obywatele Ukrainy przystąpili do egzaminu ósmoklasisty na podstawie § 2b ust. 1 rozporządzenia Ministra Edukacji i Nauki z dnia 21 marca 2022 r. w sprawie organizacji kształcenia, wychowania i opieki dzieci i młodzieży będących obywatelami Ukrainy (Dz.U. z 2023 r. poz. 2094).

# 3. Przebieg egzaminu

TABELA 3. INFORMACJE DOTYCZĄCE PRZEBIEGU EGZAMINU

<table>
<tr><td colspan="3">Termin egzaminu</td><td>14 maja 2024 r.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Czas trwania egzaminu</td><td>120 minut dla uczniów rozwiązujących zadania w arkuszu standardowym lub czas przedłużony zgodnie z przyznanym dostosowaniem</td></tr>
<tr><td colspan="3">Liczba szkół</td><td>1 260</td></tr>
<tr><td colspan="3">Liczba zespołów egzaminatorów</td><td>11</td></tr>
<tr><td colspan="3">Liczba egzaminatorów</td><td>193</td></tr>
<tr><td colspan="3">Liczba obserwatorów[5] (§ 7 ust. 1)</td><td>26</td></tr>
<tr><td rowspan="8">Liczba unieważnień[6]</td><td colspan="3">w przypadku:</td></tr>
<tr><td>art. 44zzv pkt 1</td><td>stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez ucznia</td><td>0</td></tr>
<tr><td>art. 44zzv pkt 2</td><td>wniesienia lub korzystania przez ucznia w sali egzaminacyjnej z urządzenia telekomunikacyjnego</td><td>0</td></tr>
<tr><td>art. 44zzv pkt 3</td><td>zakłócania przez ucznia prawidłowego przebiegu egzaminu ósmoklasisty</td><td>0</td></tr>
<tr><td>art. 44zzw ust. 1</td><td>stwierdzenia podczas sprawdzania pracy niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez ucznia</td><td>0</td></tr>
<tr><td>art. 44zzy ust. 7</td><td>stwierdzenia naruszenia przepisów dotyczących przeprowadzania egzaminu ósmoklasisty</td><td>0</td></tr>
<tr><td>art. 44zzy ust. 10</td><td>niemożności ustalenia wyniku (np. zaginięcie karty odpowiedzi)</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="2">inne (np. złe samopoczucie ucznia)</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="3">Liczba wglądów[6] (art. 44zzz ust. 1)</td><td>391</td></tr>
</table>

[5] Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 2 sierpnia 2022 r. w sprawie szczegółowych warunków i sposobu przeprowadzania egzaminu ósmoklasisty (Dz.U. z 2022 r. poz. 1636).

[6] Ustawa z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty (Dz.U. z 2024 r. poz. 750, z późn. zm.).

# 4. Podstawowe dane statystyczne

## Wyniki uczniów

WYKRES 1. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

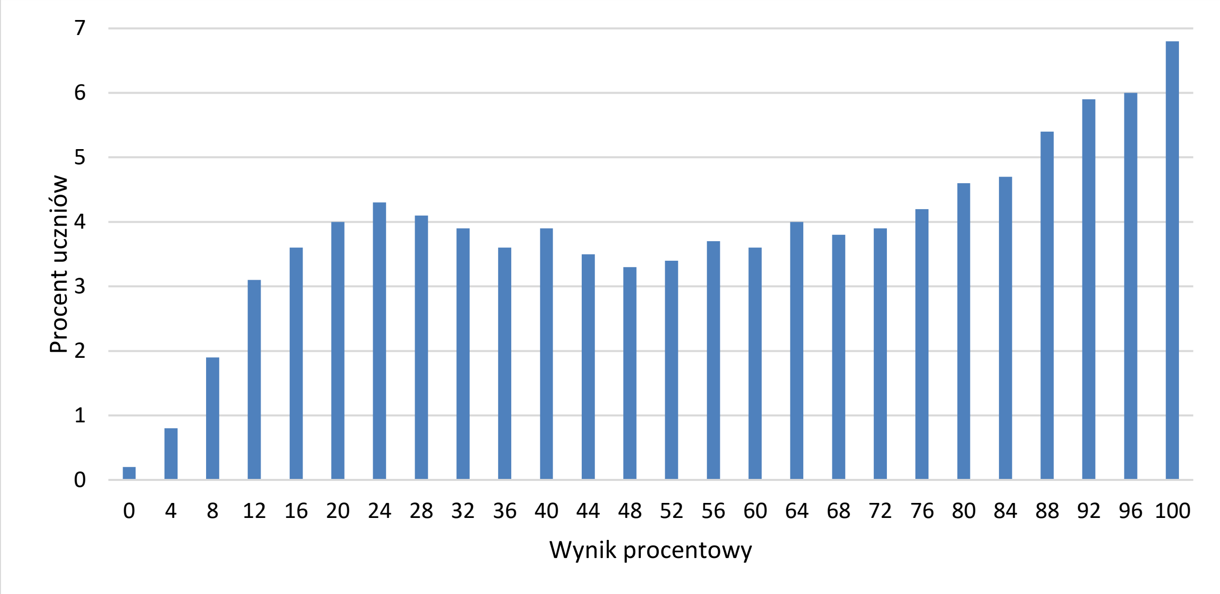



TABELA 4. WYNIKI UCZNIÓW – PARAMETRY STATYSTYCZNE

| Liczba uczniów | Minimum (%) | Maksimum (%) | Mediana (%) | Modalna (%) | Średnia (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 20 549 | 0 | 100 | 60 | 100 | 59 | 29 |

**Wyniki uczniów w procentach, odpowiadające im wartości centyli i wyniki na skali staninowej**

TABELA 5. WYNIKI UCZNIÓW W PROCENTACH, ODPOWIADAJĄCE IM WARTOŚCI CENTYLI I WYNIKI NA SKALI STANINOWEJ

| **Matematyka** | | |
|---|---|---|
| wynik procentowy | wartość centyla | stanin |
| 0 | 1 | 1 |
| 4 | 2 | |
| 8 | 5 | 2 |
| 12 | 10 | |
| 16 | 16 | 3 |
| 20 | 22 | |
| 24 | 27 | 4 |
| 28 | 33 | |
| 32 | 38 | |
| 36 | 42 | 5 |
| 40 | 46 | |
| 44 | 50 | |
| 48 | 54 | |
| 52 | 57 | |
| 56 | 61 | |
| 60 | 64 | 6 |
| 64 | 67 | |
| 68 | 70 | |
| 72 | 74 | |
| 76 | 77 | |
| 80 | 80 | 7 |
| 84 | 84 | |
| 88 | 88 | |
| 92 | 92 | 8 |
| 96 | 96 | |
| 100 | 100 | 9 |

W tabeli 5. przedstawiono wyniki procentowe uczniów i odniesiono je do wartości centyla i odpowiadającego im stanina. Wyniki w skali centylowej i staninowej umożliwiają porównanie wyniku ucznia z wynikami uczniów w całym kraju. Na przykład, jeśli uczeń z matematyki uzyskał 76% punktów możliwych do zdobycia (wynik procentowy), to oznacza, że jego wynik jest taki sam lub wyższy od wyniku 77% wszystkich zdających (wynik centylowy), a niższy od wyniku 23% zdających i znajduje się on w 6. staninie.

### Średnie wyniki szkół[7] na skali staninowej

TABELA 6. WYNIKI SZKÓŁ NA SKALI STANINOWEJ

| Stanin | Przedział wyników (w%) |
|---|---|
| 1 | 7–22 |
| 2 | 23–30 |
| 3 | 31–37 |
| 4 | 38–44 |
| 5 | 45–52 |
| 6 | 53–60 |
| 7 | 61–68 |
| 8 | 69–78 |
| 9 | 79–96 |

Skala staninowa umożliwia porównywanie średnich wyników szkół w poszczególnych latach. Uzyskanie w kolejnych latach takiego samego średniego wyniku w procentach nie oznacza tego samego poziomu osiągnięć.

### Wyniki uczniów bez dysleksji oraz uczniów z dysleksją rozwojową

WYKRES 2. ROZKŁADY WYNIKÓW UCZNIÓW BEZ DYSLEKSJI ORAZ UCZNIÓW Z DYSLEKSJĄ ROZWOJOWĄ

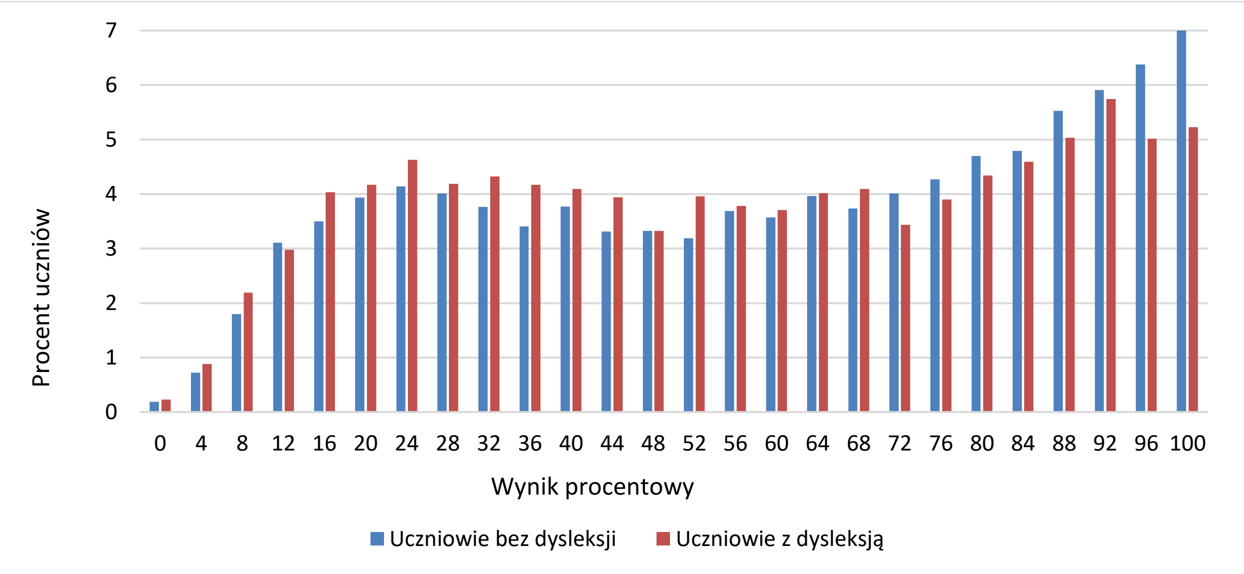



TABELA 7. WYNIKI UCZNIÓW BEZ DYSLEKSJI ORAZ UCZNIÓW Z DYSLEKSJĄ ROZWOJOWĄ – PARAMETRY STATYSTYCZNE

| | Liczba uczniów | Minimum (%) | Maksimum (%) | Mediana (%) | Modalna (%) | Średnia (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Uczniowie bez dysleksji | 15 344 | 0 | 100 | 64 | 100 | 60 | 29 |
| Uczniowie z dysleksją rozwojową | 5 205 | 0 | 100 | 56 | 92 | 56 | 28 |

[7] Ilekroć w niniejszym sprawozdaniu jest mowa o wynikach szkół w 2024 roku, przez szkołę należy rozumieć każdą placówkę, w której liczba uczniów przystępujących do egzaminu była nie mniejsza niż 5. Wyniki szkół obliczono na podstawie wyników uczniów, którzy wykonywali zadania z arkusza OMAP-100-2405.

## Wyniki dziewcząt i chłopców

WYKRES 3. ROZKŁADY WYNIKÓW DZIEWCZĄT I CHŁOPCÓW

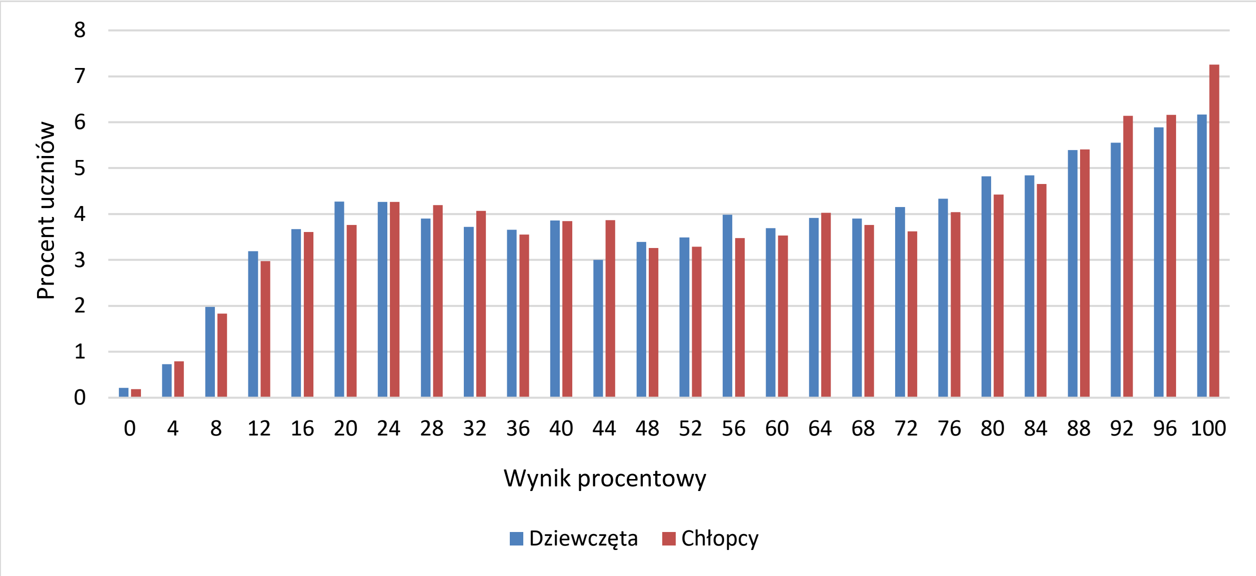



TABELA 8. WYNIKI DZIEWCZĄT I CHŁOPCÓW – PARAMETRY STATYSTYCZNE

| Płeć | Liczba uczniów | Minimum (%) | Maksimum (%) | Mediana (%) | Modalna (%) | Średnia (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Dziewczęta | 9 456 | 0 | 100 | 60 | 100 | 58 | 29 |
| Chłopcy | 11 093 | 0 | 100 | 60 | 100 | 59 | 29 |

## Wyniki uczniów a wielkość miejscowości

TABELA 9. WYNIKI UCZNIÓW W ZALEŻNOŚCI OD LOKALIZACJI SZKOŁY – PARAMETRY STATYSTYCZNE

| | Liczba uczniów | Minimum (%) | Maksimum (%) | Mediana (%) | Modalna (%) | Średnia (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Wieś | 11 166 | 0 | 100 | 56 | 24 | 55 | 28 |
| Miasto do 20 tys. mieszkańców | 2 444 | 0 | 100 | 56 | 92 | 55 | 29 |
| Miasto od 20 tys. do 100 tys. mieszkańców | 1 935 | 0 | 100 | 56 | 92 | 57 | 28 |
| Miasto powyżej 100 tys. mieszkańców | 5 004 | 0 | 100 | 80 | 100 | 70 | 27 |

## Wyniki uczniów szkół publicznych i szkół niepublicznych

TABELA 10. WYNIKI UCZNIÓW SZKÓŁ PUBLICZNYCH I SZKÓŁ NIEPUBLICZNYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE

| | Liczba uczniów | Minimum (%) | Maksimum (%) | Mediana (%) | Modalna (%) | Średnia (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Szkoła publiczna | 19 527 | 0 | 100 | 60 | 100 | 58 | 29 |
| Szkoła niepubliczna | 1 022 | 0 | 100 | 80 | 100 | 72 | 27 |

## Poziom wykonania zadań

TABELA 11. POZIOM WYKONANIA ZADAŃ

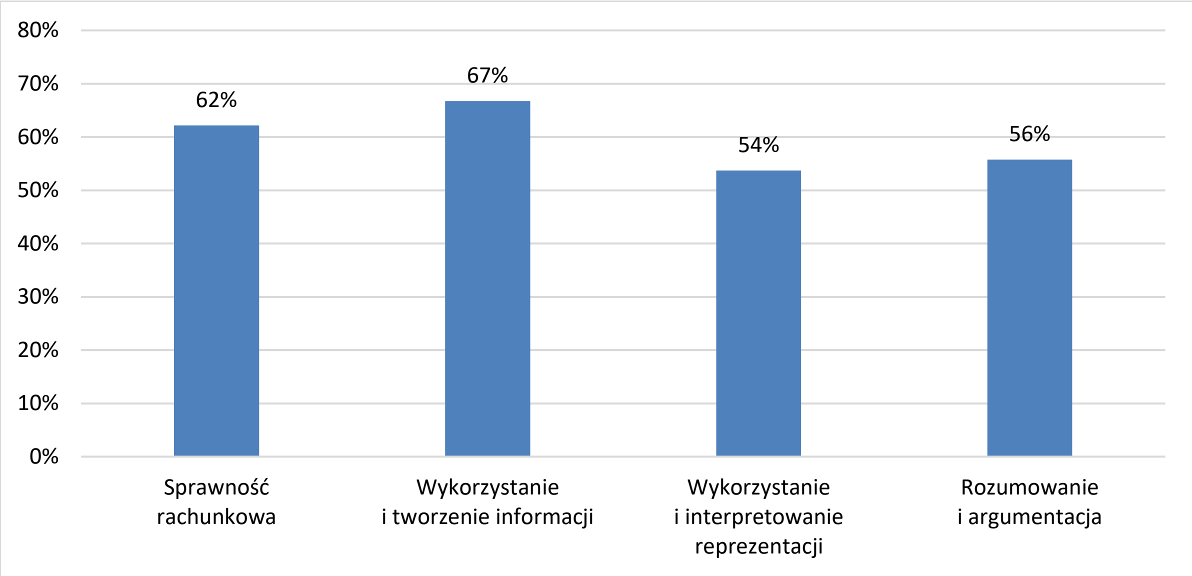
| Wymagania egzaminacyjne 2024 | | | |
|---|---|---|---|
| **Numer zadania** | **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** | **Poziom wykonania zadania (%)** |
| 1. | II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:<br>1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach za pomocą […] diagramów słupkowych […].<br>VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń:<br>2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości […];<br>3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach […] | 70% |
| 2. | I. Sprawność rachunkowa.<br>2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania. | IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:<br>5) przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej, a liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego. | 58% |
| 3. | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:<br>2) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb. | 70% |
| 4. | I. Sprawność rachunkowa.<br>1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystywanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych. | IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:<br>12) porównuje ułamki (zwykłe […]).<br>V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:<br>1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych […]. | 55% |
| 5. | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | XVII. Wielokąty. Uczeń:<br>7) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów. | 72% |
| 6. | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:<br>5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu). | 51% |
| 7. | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | VII. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:<br>2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;<br>4) podnosi potęgę do potęgi. | 57% |

| Wymagania egzaminacyjne 2024 | | | |
|---|---|---|---|
| **Numer zadania** | **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** | **Poziom wykonania zadania (%)** |
| 8. | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | XX. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:<br>2) przeprowadza proste doświadczenia losowe […] i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych. | 67% |
| 9. | II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników. | X. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich.<br>Uczeń:<br>3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany. | 73% |
| 10. | I. Sprawność rachunkowa.<br>1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystywanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych. | VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń:<br>3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach […]. | 73% |
| 11. | II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | XIII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:<br>2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej […].<br>XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:<br>1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, za pomocą […] wykresów […]. | 71% |
| 12. | II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych. | XVIII. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>1) znajduje współrzędne danych […] punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie. | 76% |
| 13. | IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie. | IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń:<br>4) stosuje oznaczenia literowe nieznanych wielkości liczbowych i zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.<br>XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>2) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta […]. | 72% |
| 14. | IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki. | XVII. Wielokąty. Uczeń:<br>5) stosuje wzory na pole trójkąta […] przedstawionych[ego] na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych [...]. | 37% |

| Wymagania egzaminacyjne 2024 | | | |
|---|---|---|---|
| **Numer zadania** | **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** | **Poziom wykonania zadania (%)** |
| 15. | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń:<br>4) stosuje oznaczenia literowe nieznanych wielkości liczbowych i zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.<br>XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń:<br>6) oblicza […] pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych. | 57% |
| 16. | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | XXII. Zadania tekstowe. Uczeń:<br>5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje zdobytą wiedzę z zakresu arytmetyki […] oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.<br>XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:<br>4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą […].<br>IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:<br>1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka. | 43% |
| 17. | IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki. | XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>4) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie);<br>6) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).<br>XVII. Wielokąty. Uczeń:<br>5) stosuje wzory na pole […] trapezu […] przedstawionych[ego] na rysunku […]. | 56% |
| 18. | II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników. | XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:<br>1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, za pomocą tabel […].<br>XXII. Zadania tekstowe. Uczeń:<br>5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje zdobytą wiedzę z zakresu arytmetyki […] oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. | 59% |
| 19. | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń:<br>6) oblicza objętości […] ostrosłupów prawidłowych.<br>XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:<br>5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych […]. | 39% |

## Poziom wykonania zadań w zakresie poszczególnych obszarów umiejętności

**WYKRES 4.** POZIOM WYKONANIA ZADAŃ W ZAKRESIE POSZCZEGÓLNYCH OBSZARÓW UMIEJĘTNOŚCI



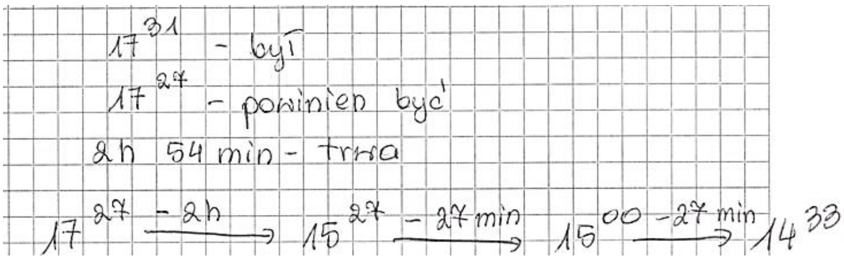
## Komentarz

**Monika Nowak (Centralna Komisja Egzaminacyjna)**
**Grażyna Miłkowska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)**
**Anna Malinowska (Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu)**
**Iwona Łuba (Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży)**

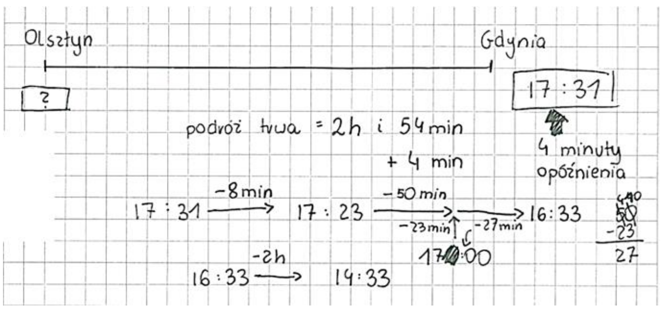
Arkusz egzaminacyjny składał się z 19 zadań. W zestawie nie było zadań bardzo trudnych. Uczniowie uzyskali średnio za rozwiązanie zadań zamkniętych 58% punktów możliwych do zdobycia, a za rozwiązanie zadań otwartych – 43% punktów.
Najliczniejszą grupę stanowiło jedenaście zadań umiarkowanie trudnych (poziom wykonania od 51% do 67%). Siedem zadań było trudnych (poziom wykonania od 30% do 49%), jedno zadanie łatwe (poziom wykonania – 70%).

Pierwsze wymaganie ogólne, czyli **sprawność rachunkowa**, sprawdzana była trzema zadaniami zamkniętymi: 2., 4. i 10. Zdający zdobyli za ich rozwiązanie średnio 56% punktów możliwych do uzyskania. Najłatwiejsze dla ósmoklasistów okazało się **zadanie 10**. W tym zadaniu udzielenie poprawnej odpowiedzi wymagało od uczniów wykonania prostych obliczeń zegarowych na godzinach i minutach. Zadanie poprawnie rozwiązało 67% zdających. Przykłady 1. i 2. ilustrują poprawne sposoby rozwiązania zamieszczone w brudnopisie.

**Przykład 1.**

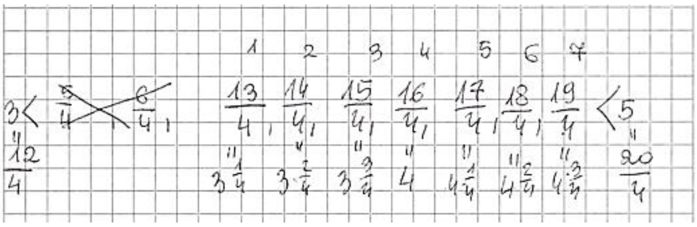



**Przykład 2.**



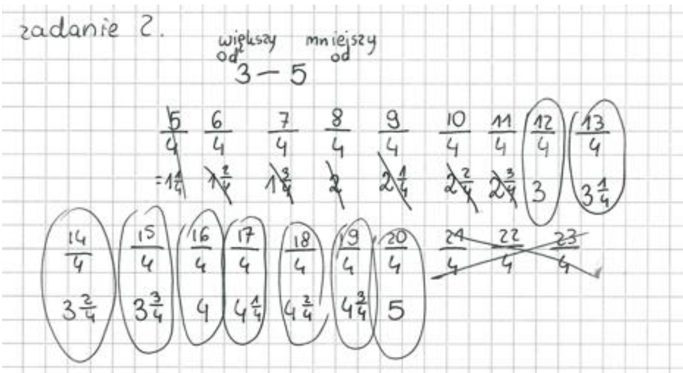

**Zadanie 2.** poprawnie rozwiązało 52% zdających. Ósmoklasiści mieli za zadanie wskazanie liczby wszystkich ułamków spełniających trzy warunki. Sposób poszukiwania odpowiedzi prezentuje przykład 3.

**Przykład 3.**



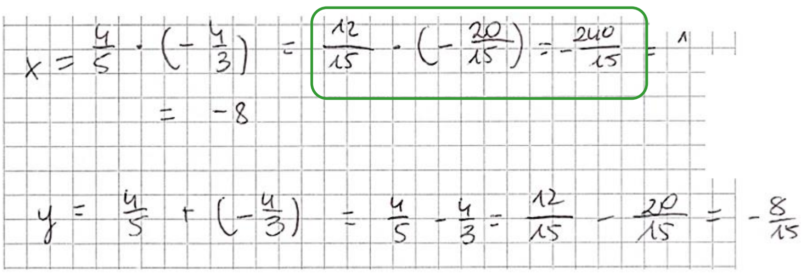
Analizując wyniki, można zauważyć, że trudność sprawiało uczniom nie tyle wypisanie ułamków o mianowniku $4$, z których każdy ma większy licznik od mianownika, ale wybranie spośród ułamków tych, które są zawarte między dwiema liczbami naturalnymi. Co czwarty uczeń wskazał o jeden lub dwa ułamki więcej, zaliczając do zbioru liczb spełniających wskazane warunki ułamek $\frac{12}{4}$ lub $\frac{20}{4}$, co obrazuje rozwiązanie zamieszczone w przykładzie 4.

**Przykład 4.**



Kluczem do wskazania poprawnej odpowiedzi w **zadaniu 4.** była przede wszystkim sprawność rachunkowa. Zadanie to poprawnie rozwiązało 48% zdających.
Większość uczniów, aby rozwiązać zadanie, obliczyła iloczyn i sumę ułamków, a następnie w oparciu o uzyskane wyniki wskazywała uzupełnienie zdań.
Dodanie ułamków zwykłych o różnych mianownikach i różnych znakach sprawiło trudności co czwartemu zdającemu, trudniejsze okazało się porównanie ułamków zwykłych o różnych znakach, z czym nie poradziło sobie 40% ósmoklasistów. Przykład 5. pokazuje brak umiejętności w zakresie mnożenia ułamków zwykłych.

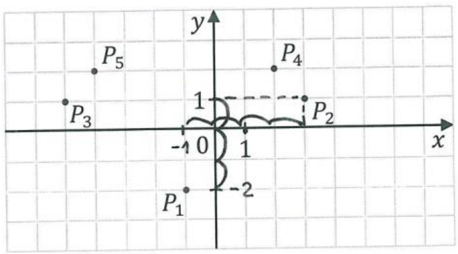
**Przykład 5.**

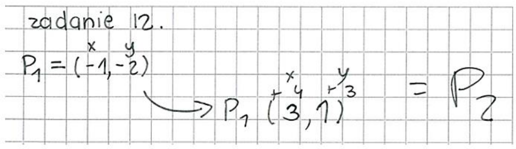


Drugie wymaganie ogólne, czyli **wykorzystanie i tworzenie informacji**, sprawdzane było czterema zadaniami zamkniętymi: 1., 9., 11. i 12. oraz jednym zadaniem otwartym –18. Zdający uzyskali za ich rozwiązanie średnio 61% punktów możliwych do zdobycia.

Najłatwiejsze w tym obszarze i w całym arkuszu dla tegorocznych ósmoklasistów okazało się **zadanie 12.**, które dotyczyło znajdowania współrzędnych danych punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie. Zadanie poprawnie rozwiązało 70% uczniów. Przykład 6. prezentuje poprawny sposób rozwiązania zamieszczony w brudnopisie.

**Przykład 6.**

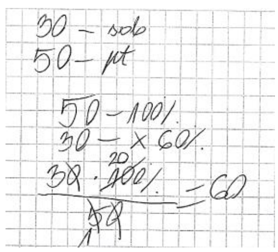



Niewiele trudniejsze okazały się zadania 1. i 9., które poprawnie rozwiązało 66% piszących oraz zadanie 11., w którym poprawną odpowiedź wskazało 65% uczniów.

W **zadaniu 1.** uczniowie musieli zinterpretować dane przedstawione na diagramie słupkowym, a następnie wykorzystać je do oceny zdań. Rozwiązanie tego zadania wymagało wykazania się umiejętnością wykonywania obliczeń procentowych – obliczenia procentu danej liczby – oraz umiejętnością wykonania prostych obliczeń zegarowych na godzinach i minutach. Z oceną pierwszego zdania poradziło sobie 88% uczniów, odczytali oni poprawnie z diagramu słupkowego czas przeznaczony na naukę języka hiszpańskiego od poniedziałku do czwartku, a następnie obliczyli łączny czas nauki w tych dniach.
Co czwarty ósmoklasista nie poradził sobie z poprawnym obliczeniem, o ile procent jedna liczba jest mniejsza od drugiej liczby. Część błędnych odpowiedzi spowodowana była tym, że uczniowie obliczali, jaki procent czasu przeznaczonego na naukę w piątek stanowi czas przeznaczony na naukę w sobotę (przykład 7.).

**Przykład 7.**




Przykład 8. ilustruje w pełni poprawne obliczenia potrzebne do oceny drugiego zdania przedstawione w brudnopisie. Uczeń obliczył, o ile czasu mniej poświęciłaby Ala na naukę w sobotę, gdyby ten czas stanowił 40% czasu przeznaczonego na naukę w piątek.
Po weryfikacji otrzymanego wyniku z diagramem zdający wskazał poprawną odpowiedź.

**Przykład 8.**

$$50 - 100\%$$
$$x - 40\%$$
$$50 \cdot 40 = 100x$$
$$2000 = 100x \quad / : 100$$
$$20 = x$$

**Zadanie 9.** dotyczyło wyrażeń algebraicznych. Zadaniem ucznia było wykonanie mnożenia sumy algebraicznej przez jednomian, a następnie przeprowadzenie redukcji wyrazów podobnych powstałych z mnożenia tych sum. Poprawne rozwiązanie ilustruje przykład 9.

**Przykład 9.**

**Brudnopis** (*nie podlega ocenie*)

$$x(x+4) - 3(2x-5) = x^2 + 4x - 6x + 15 = x^2 - 2x + 15$$

Co siódmy ósmoklasista przy mnożeniu sumy algebraicznej przez jednomian błędnie ustalił znak współczynnika jednomianu. Prawie 19% uczniów podczas mnożenia sumy algebraicznej przez jednomian $x$ pomnożyło każdy składnik sumy przez ten jednomian, ale podczas mnożenia drugiej sumy przez liczbę $(-3)$ błędnie ustalało znak jednomianu. Dodatkową trudnością sprzyjającą popełnieniu błędu była redukcja wyrazów podobnych. Przykłady 10. i 11. ilustrują takie rozwiązania.

**Przykład 10.**

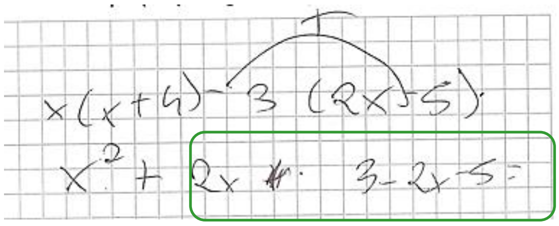
$$x(x+4) - 3(2x-5) = \cancel{2x+4x-3(2x-5) = 2x+4x-6x-15} =$$
$$= x^2 + 4x - 3(2x-5) = x^2 + 4x - 6x - 15 = x^2 \boxed{+2x-15}$$

**Przykład 11.**

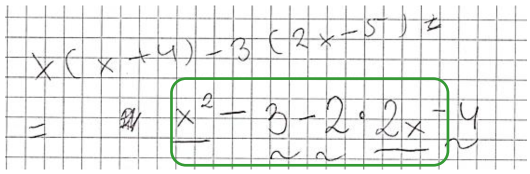
$$x(x+4) - 3(2x-5) =$$
$$= x^2 + 4x - 6x \boxed{-15}$$
$$= x^2 - 2x - 15$$

W brudnopisach uczniów znalazło się wiele zapisów świadczących o braku umiejętności wykonywania przekształceń wyrażeń algebraicznych, co przedstawiono w przykładach: 12., 13. i 14.

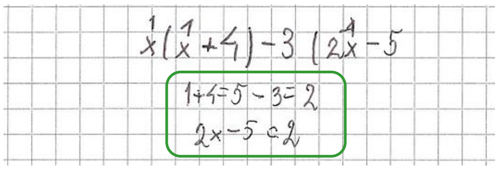
**Przykład 12.**




**Przykład 13.**



**Przykład 14.**



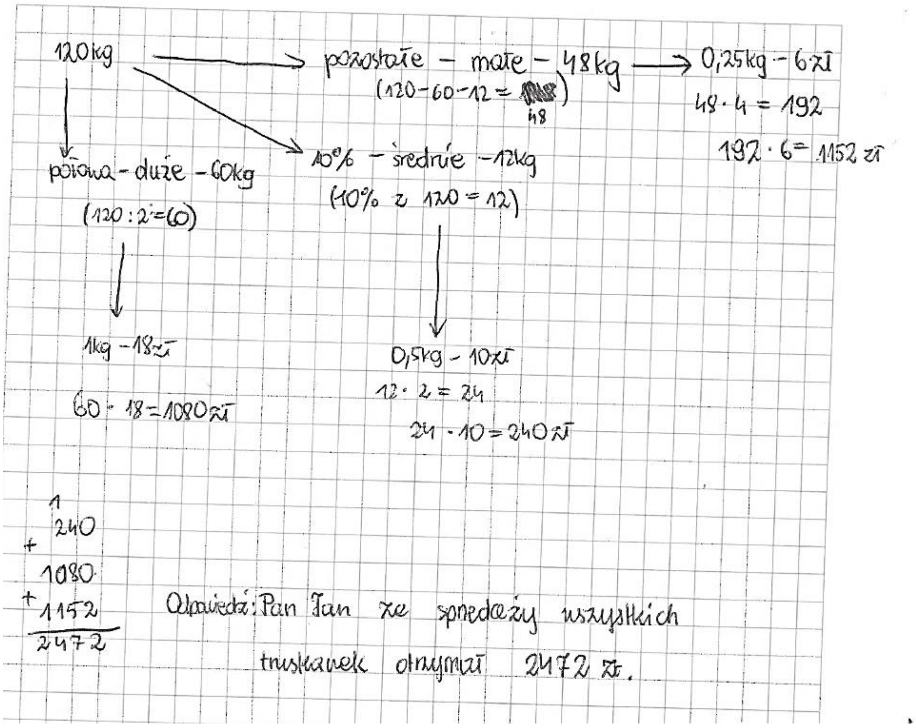

**Zadanie 11.**, typu prawda-fałsz, wymagało umiejętności interpretowania danych przedstawionych na wykresie oraz zastosowania proporcjonalności prostej. Poprawnej oceny obu zdań dokonało 65% zdających.

**Zadanie 18.**,otwarte, sprawdzające **wykorzystanie i tworzenie informacji** było dla tegorocznych ósmoklasistów umiarkowanie trudne – uczniowie uzyskali za jego rozwiązanie średnio 52% punktów możliwych do zdobycia.
Rozwiązując zadanie 18., trzeba było wykazać się umiejętnością odczytania danych przedstawionych w treści zadania i w tabeli, zastosowania wiedzy z zakresu arytmetyki do rozwiązania zadania osadzonego w kontekście praktycznym oraz sprawnością rachunkową.

Kluczem do rozwiązania problemu było – w zależności od przedstawionego sposobu rozwiązania – ustalenie liczby średnich i małych opakowań z truskawkami albo ustalenie ceny 1 kg truskawek sprzedawanych w średnich i małych opakowaniach. W kolejnym kroku należało wykazać się umiejętnością obliczenia kwot uzyskanych ze sprzedaży truskawek w każdym z trzech rodzajów opakowań, a następnie obliczyć kwotę uzyskaną ze sprzedaży wszystkich truskawek.

Niespełna 28% zdających bezbłędnie rozwiązało zadanie. Przykłady od 15. do 18. ilustrują w pełni poprawne, najczęściej stosowane przez ósmoklasistów, rozwiązania.
W wymienionych przykładach zdający poprawnie ustalili masy truskawek sprzedawanych we wszystkich rodzajach opakowań. Następnie obliczyli liczby średnich i małych opakowań, które były potrzebne do zapisania wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia kwoty uzyskanej ze sprzedaży wszystkich truskawek.

**Przykład 15.**



120 kg → pozostałe – małe – 48 kg → 0,25 kg – 6 zł

(120 – 60 – 12 = 48)

48 · 4 = 192

192 · 6 = 1152 zł

połowa – duże – 60 kg

(120 : 2 = 60)

1 kg – 18 zł

60 · 18 = 1080 zł

10% – średnie – 12 kg

(10% z 120 = 12)

0,5 kg – 10 zł

12 · 2 = 24

24 · 10 = 240 zł

240 + 1080 + 1152 = 2472

Odpowiedź: Pan Jan ze sprzedaży wszystkich truskawek otrzymał 2472 zł.

**Przykład 16.**

wszystkie truskawki - 120kg

truskawi sprzedawane w opakowaniach:

dużych - $\frac{1}{2} \cdot \frac{120}{1} = 60$ ~~kg~~ kg

średnich - 0,1 · 120 = 12 kg

małych : 120 - (60+12) = 120 - 72 = 48 kg

ilość opakowań:

dużych - 60 : 1 = 60

średnich - 12 : 0,5 = 24

małych - 48 : 0,25 = 192

cena za opakowania:

duże - 60 · 18 = 1080(zł)

średnie - 24 · 10 = 240 (zł)

małe - 192 · 6 = 1152(zł)

suma: 1080 + 240 + 1152 = 2472 (zł)

Odp.: Pan Jan ze sprzedaży wszystkich truskawek otrzymał 2472 zł.

**Przykład 17.**

120kg - wszystkie truskawki

120 kg : 2 = 60 kg - w dużych ~~pakach~~ opakowaniach ✓

120kg · 0,1 = 12 kg - w średnich opakowaniach

120 kg - 60kg - 12kg = 48 kg - w małych opakowaniach

60kg · 18zł = 1080 zł

12 kg : 0,5kg · 10zł = 24 · 10zł = 240 zł

48kg : 0,25 · 6 zł = 192 · 6zł = 1152 zł

1080zł + 240zł + 1152zł = 2472 zł

Odp. Pan Jan na sprzedaży wszystkich truskawek zarobił 2472zł.

**Przykład 18.**

120 kg wszystkie

Duże $120kg : 2 = 60kg$

$18zł \cdot 60 = 1080 zł$

Małe $120 - 60 - 12 = 48kg$

$48 \cdot 4 = 192$

$192 \cdot 6 = 1152$ zł

Średnie 12kg 240zł

120 – 100%
x – 10%

1200 – 100x |:100
12 – x

$12 \cdot 2 = 24$  $24 \cdot 10 = 240$zł

○ – opakowania

Razem
1080zł + 240zł + 1152zł =
= 2472zł

Odp: Pan Jan za sprzedaż truskawek otrzymał 2472zł.

$60 \cdot 18$: 480, 60, 1080  $48 \cdot 4 = 192$  $192 \cdot 6 = 1152$

Przykład 19. ilustruje arytmetyczny sposób rozwiązania zadania, w którym zdający rozwiązał zadanie, ustalając ceny 1 kg truskawek sprzedawanych w średnich oraz małych opakowaniach.

**Przykład 19.**

120 kg – 100%
60kg – 50%
12 kg – 10%

60kg – duże opakowania
12kg – średnie opakowania
48kg – małe opakowania

100% – 60% = 40%

48kg – 40%

DUŻE:
1kg – 18 zł |·60
60kg – 1080zł

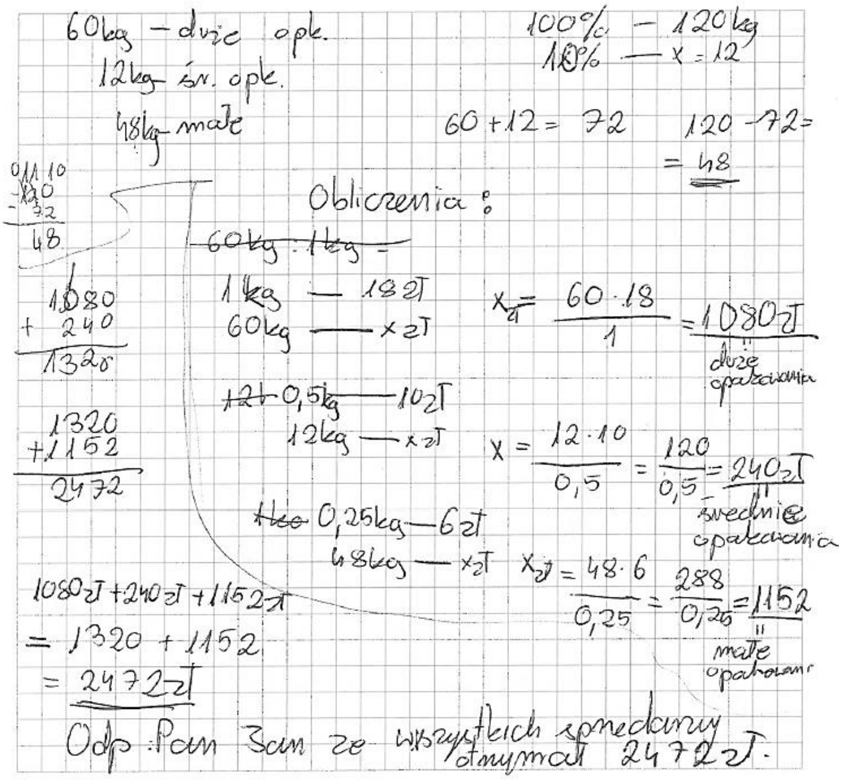
ŚREDNIE:
0,5kg – 10zł
1kg – 20zł |·12
12 kg – 240zł

MAŁE:
0,25kg – 6zł |·4
1 kg – 24 zł |·48
48 kg – 1152 zł

1080zł + 240 zł + 1152 zł = 1080zł + 1392zł =
= 2472 zł

Przykład 20. ilustruje rozwiązanie zadania z zastosowaniem wielkości wprost proporcjonalnych. Zdający wykorzystał zależność między ceną truskawek sprzedawanych w danym rodzaju opakowania a masą sprzedanych truskawek.

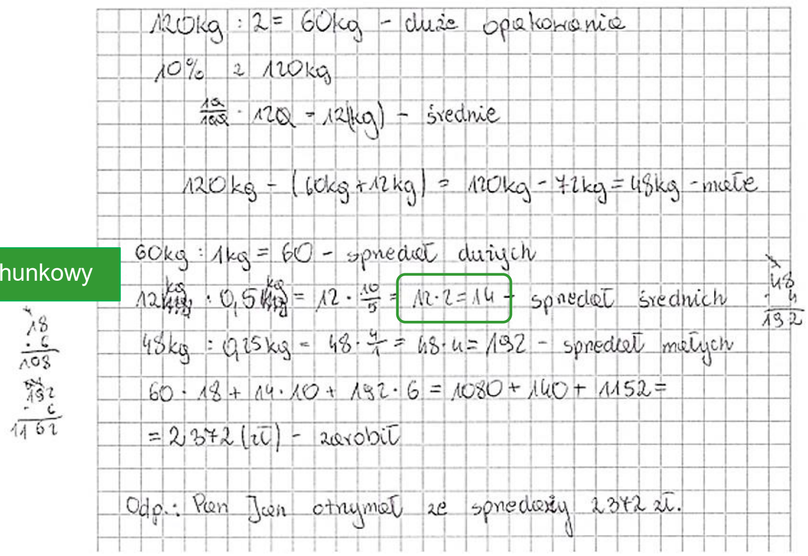
**Przykład 20.**




Prawie co czwarty zdający uzyskał za to zadanie 2 punkty. W tej grupie uczniów często zawodziła sprawność rachunkowa (przykład 21.).

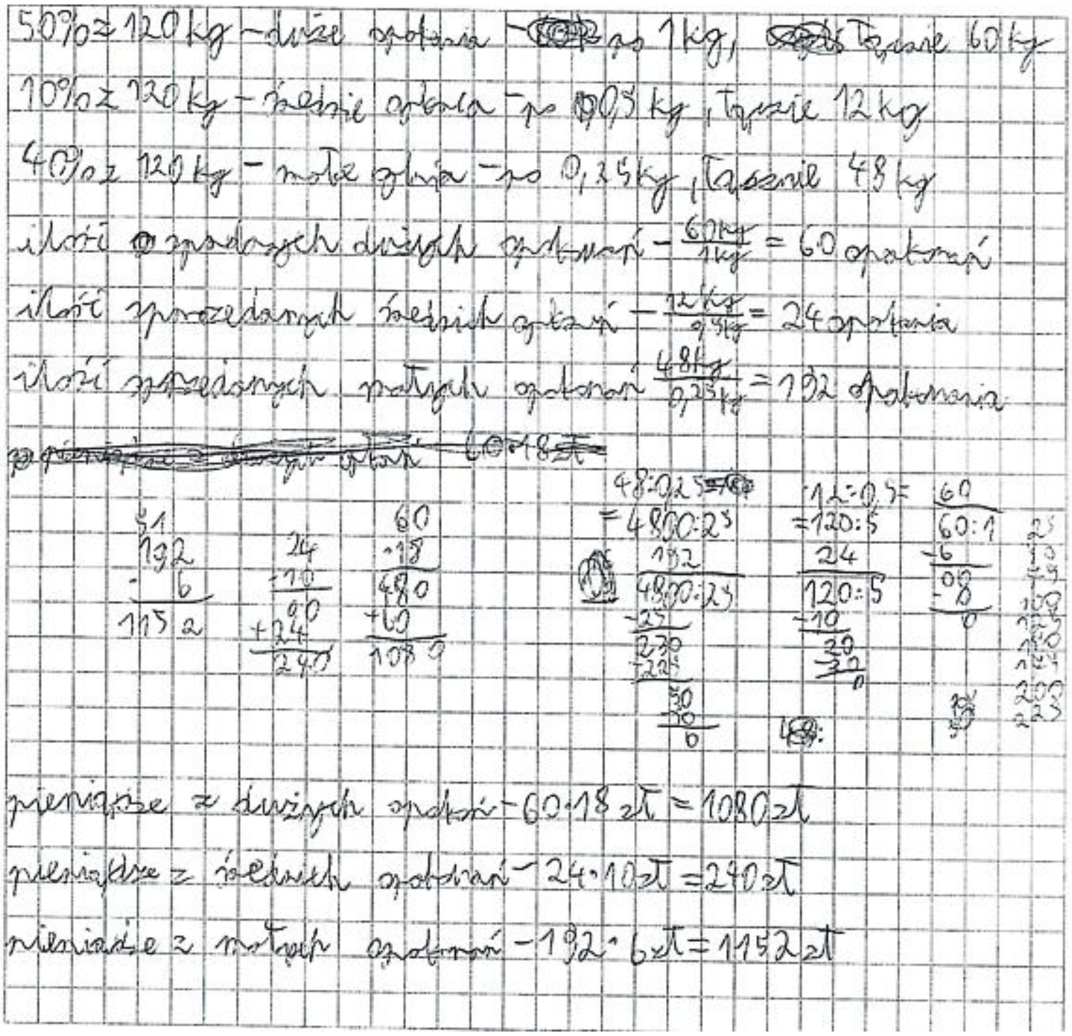
**Przykład 21.**

błąd rachunkowy



Zdarzały się rozwiązania, w których uczniowie pozostawiali rozwiązanie zadania na etapie obliczenia kosztu zakupu truskawek w każdym rodzaju opakowań, ale nie obliczyli łącznej kwoty uzyskanej ze sprzedaży wszystkich truskawek (przykład 22.).

**Przykład 22.**


50% z 120 kg – duże opakowania – po 1 kg, razem 60 kg
10% z 120 kg – średnie opakowania – po 0,5 kg, razem 12 kg
40% z 120 kg – małe opakowania – po 0,25 kg, razem 48 kg
ilość sprzedanych dużych opakowań – $\frac{60 kg}{1 kg}$ = 60 opakowań
ilość sprzedanych średnich opakowań – $\frac{12 kg}{0,5 kg}$ = 24 opakowania
ilość sprzedanych małych opakowań $\frac{48 kg}{0,25 kg}$ = 192 opakowania
~~pieniądze z dużych opak. 60·18 zł~~
48 : 0,25 = 4800 : 25 = 192
12 : 0,5 = 120 : 5 = 24
60 : 1 = 60
192 · 6 = 1152
24 · 10 = 240
60 · 18 = 1080
pieniądze z dużych opakowań – 60·18 zł = 1080 zł
pieniądze z średnich opakowań – 24·10 zł = 240 zł
pieniądze z małych opakowań – 192·6 zł = 1152 zł

Dwa punkty za rozwiązanie zadania 18. otrzymywali również uczniowie, którzy przedstawili poprawny sposób obliczenia kwot uzyskanych ze sprzedaży truskawek w co najmniej dwóch rodzajach opakowań. (przykład 23.).

**Przykład 23.**

120 kg - wszystkie

$\frac{120 kg}{2} = 60kg$ - Duże opakowania

$\frac{10}{100} \cdot \frac{120}{1} = 12$ kg - średnie opakowania

120kg - 60kg - 12kg = 48kg - Małe opakowania

Duże {1kg → 18zł}
60 · 18 = 1080zł

Średnie : (0,5kg → 10zł)

~~[illegible]~~ 12 : 0,5 = 24

~~[illegible]~~ 10 · 24 = 240zł

Małe: (0,25kg → 6zł)
48 · 0,25 = 192 zł

1080 + 240 + 192 = 1312zł.

Odp: Pan Jan otrzymał kwotę 1312zł.

poprawnie obliczone kwoty ze sprzedaży truskawek w dużych i średnich opakowaniach

błędnie obliczona kwota ze sprzedaży truskawek w małych opakowaniach

W przykładzie 24. ósmoklasista do wyznaczenia masy truskawek w małych opakowaniach wykorzystał błędnie obliczoną masę truskawek w średnich opakowaniach i konsekwentnie do popełnionego błędu doprowadził rozwiązanie zadania do końca.

**Przykład 24.**

120 : 2 = 60kg - sprzedane w dużym opakowaniu

60kg · 18zł = 1080zł - kwota za truskawki w dużym opakowaniu

60 - 100% :10
6kg - 10% :10
truskawki w średnich opakowaniach

60 - 6kg = 54 kg - w małych opakowaniach

~~0,5kg · 6 = 3kg - 12~~ ; 0,5kg - 10zł
1kg {0,5kg - 10zł
2kg {0,5kg - 10zł, 0,5kg - 10zł
3kg {0,5kg - 10zł, 0,5kg - 10zł
60zł

60zł · 2 = 120zł - zarobił na truskawkach w średnim opakowaniu

{0,25kg, 0,25kg, 0,25kg, 0,25kg}

4 · 54kg = 216

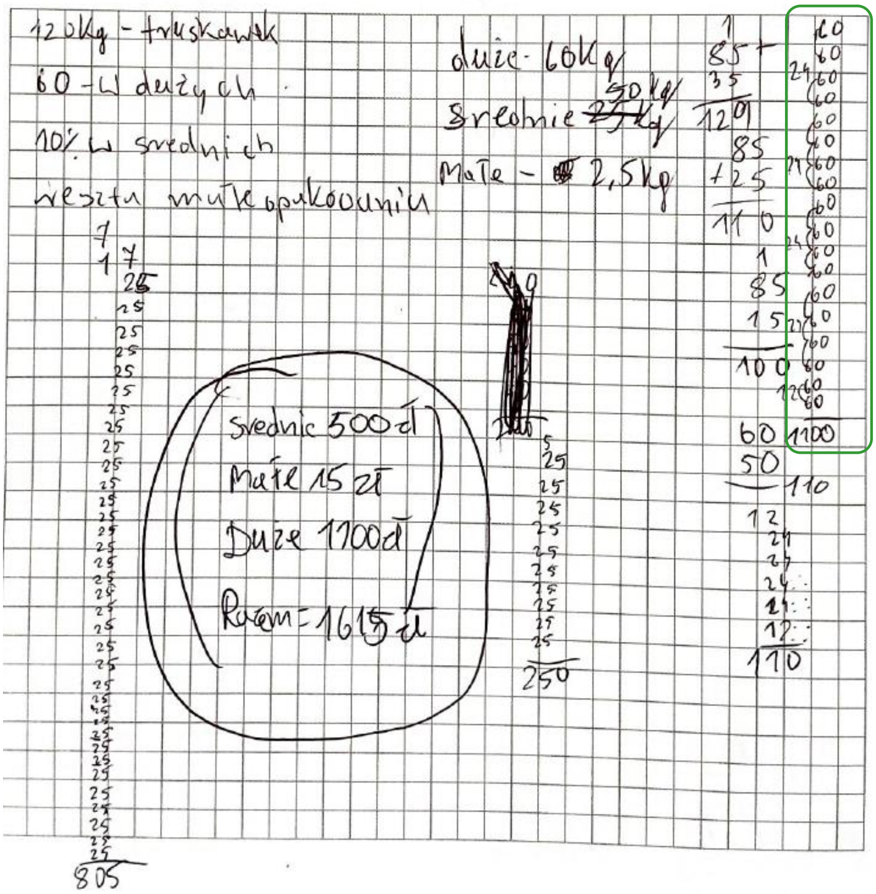
216 · 6 = 1296zł - kwota za truskawki w małym opakowaniu

1080zł + 120zł + 1296zł = 2496 zł

Odp: Pan Jan za sprzedane truskawki otrzymał 2496 zł.

Prawie 28% spośród wszystkich ósmoklasistów za swoje rozwiązanie uzyskało 1 punkt. Najczęściej poprzestawali oni na obliczeniu kwoty uzyskanej ze sprzedaży truskawek w dużych opakowaniach lub dalsze etapy rozwiązania zadania były niepoprawne (przykład 25.).

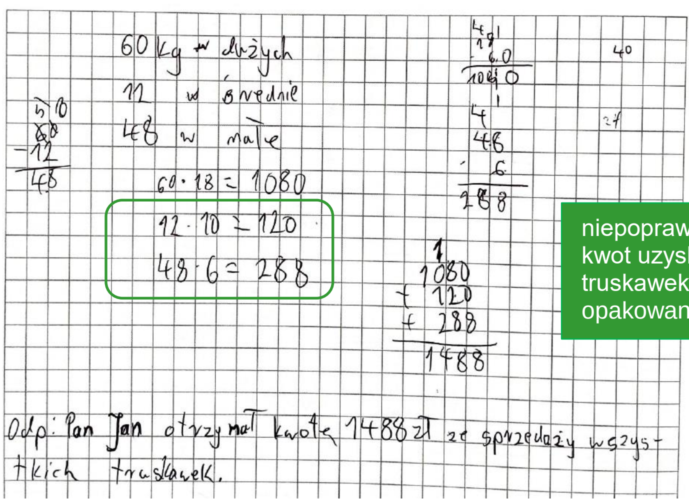
**Przykład 25.**




$18 \cdot 60$

Rozwiązanie, w którym poprawnie obliczono masy truskawek sprzedawanych we wszystkich rodzajach opakowań oraz kwotę uzyskaną ze sprzedaży truskawek w dużych opakowaniach, przedstawia przykład 26.

**Przykład 26.**




niepoprawny sposób obliczenia kwot uzyskanych ze sprzedaży truskawek w średnich i małych opakowaniach

W rozwiązaniu zamieszczonym w przykładzie 27. uczeń przyjmuje jednakową cenę dla każdego rodzaju opakowania, nie korzysta z danych zamieszczonych w tabeli.

**Przykład 27.**

120 kg : 2 = 60 kg

60kg - masa truskawek sprzedanych w dużych opakowaniach

1kg = 18 zł        60 kg = 1080 zł

$\boxed{\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 60 \\ \hline 1080 \end{array}}$

1080 zł - pieniądze otrzymane z sprzedaży w dużych opakowaniach

poprawny sposób obliczenia kwoty uzyskanej ze sprzedaży truskawek w dużych opakowaniach

100 % z 120 kg
| :10        | :10
10 % z 12 kg

12kg – masa truskawek sprzedanych w średnich opakowaniach

niepoprawny sposób obliczenia kwoty uzyskanej ze sprzedaży truskawek w średnich opakowaniach

12kg = 216 zł

$\boxed{\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 18 \\ \hline 96 \\ 12\phantom{0} \\ \hline 216 \text{ zł} \end{array}}$

216 zł - pieniądze otrzymane ze sprzedaży w średnich opakowaniach

Najwięcej trudności sprawiło ósmoklasistom obliczenie liczby średnich i małych opakowań, w których sprzedawane były truskawki (przykład 28.).

**Przykład 28.**

60kg - w dużych opakowaniach        18 · 60 = 1080 zł

12 kg - w średnich        $\boxed{\begin{array}{l} 12 : 2 = 6 \\ 48 : 4 = 12 \end{array}}$        6 · 10 = 60 zł

48kg – w małych        12 · 6 = 72 zł

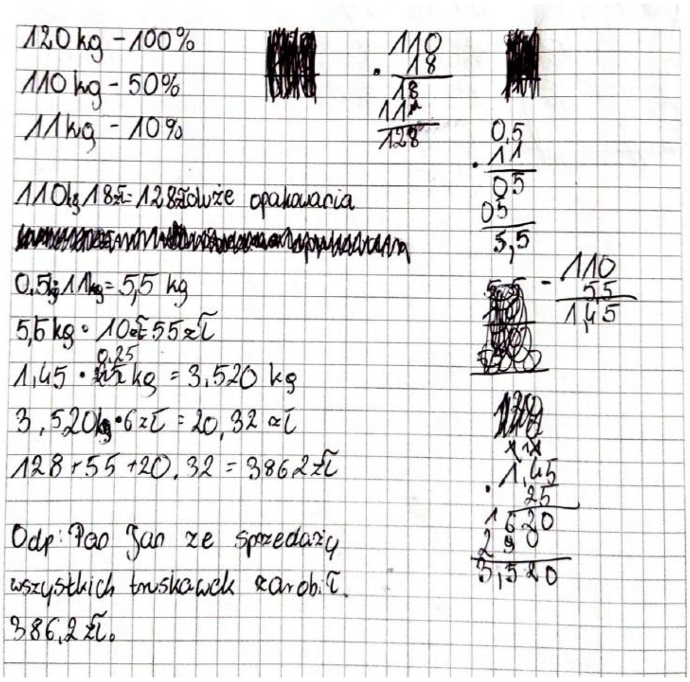
niepoprawny sposób obliczenia liczby średnich i małych opakowań

1080 + 60 + 72 = 1212 zł

Odp. Pan Jan w sumie ze sprzedaży truskawek otrzymał kwotę 1212 zł.

Co piąty zdający otrzymał za to zadanie 0 punktów. Wśród nich byli uczniowie, którzy niepoprawnie zinterpretowali jego treść (przykłady 29. i 30.) oraz uczniowie, którzy nie podjęli próby rozwiązania.

**Przykład 29.**

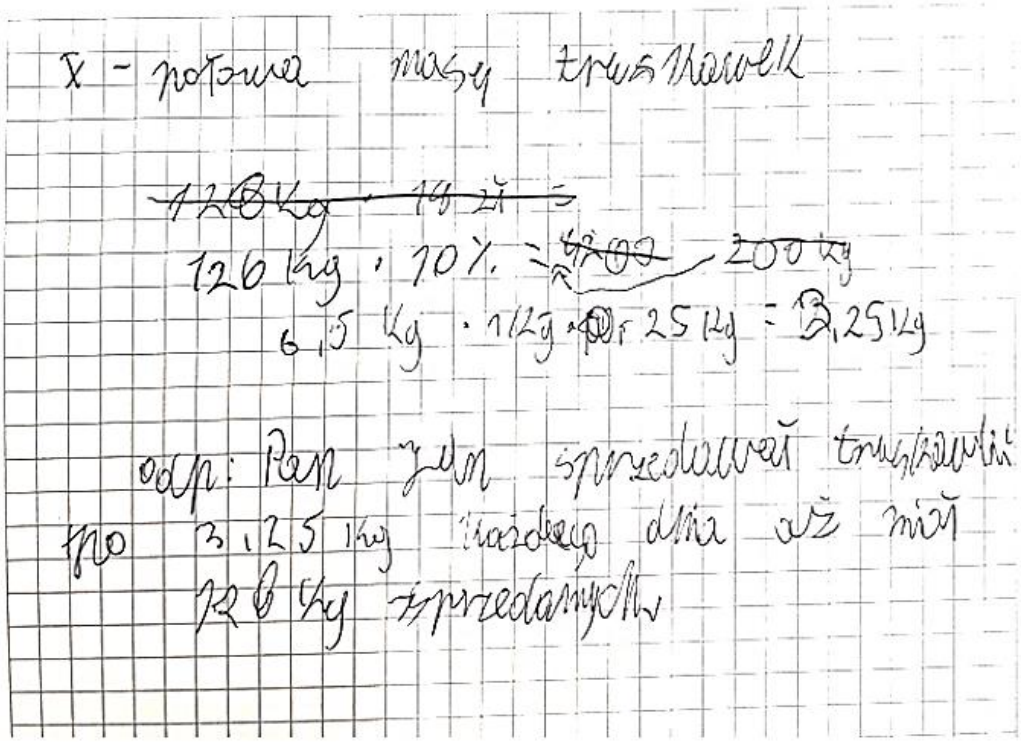


120 kg – 100%
110 kg – 50%
11 kg – 10%

110 kg · 18 zł = 128 zł duże opakowania
0,5 kg · 11 kg = 5,5 kg
5,5 kg · 10 zł = 55 zł
1,45 · 0,25 kg = 3,520 kg
3,520 kg · 6 zł = 20,32 zł
128 + 55 + 20,32 = 386,2 zł

Odp: Pan Jan ze sprzedaży wszystkich truskawek zarobi 386,2 zł.

**Przykład 30.**



x – połowa masy truskawek

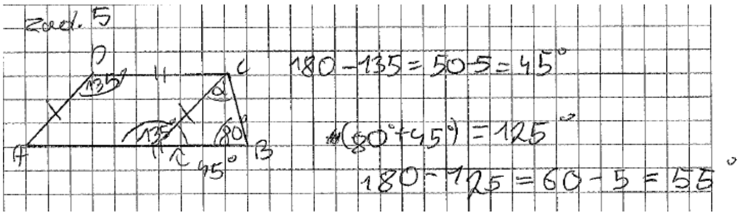
~~120 kg · 18 zł =~~
120 kg · 10% = ~~1200~~ 200 kg
6,5 kg · 1/2 kg · 25 kg = 3,25 kg

Odp: Pan Jan sprzedawał truskawki po 3,25 kg każdego dnia aż miał 120 kg sprzedanych.

Trzecie wymaganie ogólne, czyli **wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji**, sprawdzane było ośmioma zadaniami, w tym sześcioma zamkniętymi (zadania 3., 5., 6., 7., 8., 15.) oraz dwoma otwartymi (zadania 16., 19.).
Za ich rozwiązanie zdający uzyskali średnio 50% punktów możliwych do zdobycia.

Najłatwiejsze w tej grupie okazało się **zadanie 5.**, w którym poprawną odpowiedź wskazało 64% tegorocznych ósmoklasistów. W tym zadaniu, aby obliczyć miarę kąta, należało wykorzystać własności kątów w równoległoboku, kątów przyległych oraz zastosować twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta.
Treść zadania wzbogacono rysunkiem, który uczniowie często wykorzystywali do rozwiązania. Niektórzy rysowali trapez i zapisywali rozwiązanie w brudnopisie. Przykład 31. ilustruje poprawne rozwiązanie tego zadania.

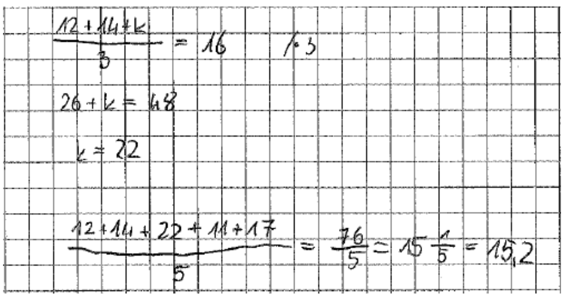
**Przykład 31.**



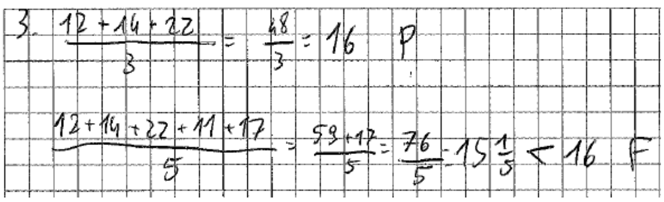

Co piąty uczeń wskazał jako odpowiedź kąt ostry równoległoboku tj. $45°$.

Nieco trudniejsze były zadania 3. i 8. (poziom wykonania – odpowiednio 62% i 61%).
**Zadanie 3.** – typu prawda-fałsz – w którym uczeń musiał dokonać oceny dwóch zdań, wymagało od uczniów umiejętności obliczenia średniej arytmetycznej. Oceniając pierwsze zdanie, uczniowie postępowali na dwa sposoby: wyznaczali $k$ jako niewiadomą z równania (przykład 32.) lub sprawdzali, czy po podstawieniu za zmienną $k$ liczby $22$ otrzymają średnią równą $16$ (przykład 33.). Do prawidłowej oceny drugiego zdania musieli oszacować lub obliczyć średnią arytmetyczną pięciu liczb. Poniższe przykłady ilustrują poprawne sposoby rozwiązania i oceny obu zdań.

**Przykład 32.**




**Przykład 33.**



W rozwiązaniach uczniowskich tego zadania zdarzały się błędy zarówno rachunkowe, jak i merytoryczne (błędne sposoby obliczania średniej arytmetycznej).

**Zadanie 8.** było dla zdających umiarkowanie trudne. Uczeń musiał obliczyć prawdopodobieństwo wyciągnięcia balonu w kolorze czerwonym, wiedząc, że wcześniej zostały wyciągnięte dwa balony w tym kolorze. Poprawnie rozwiązało to zadanie 61% zdających (przykład 34.).

**Przykład 34.**

8.

$10+8+8+6=10+16+6=10+22=32$

$32-2=30$

$10-2=8$

$\frac{8}{30}=\frac{4}{15}$

Prawie co ósmy zdający obliczył liczbę wszystkich balonów w pudełku oraz liczbę wszystkich balonów czerwonych, ale przy obliczaniu prawdopodobieństwa nie uwzględnił informacji, że z pudełka zostały wyjęte dwa balony (przykład 35.).

**Przykład 35.**

$10+8+8+6=10+16+6=26+6=32$

$\boxed{\frac{10}{32}}=\frac{5}{16}$

**Jakie jest prawdopodobieństwo, że trzeci balon losowo wyjęty przez Karolinę będzie w kolorze czerwonym? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

**A.** $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{5}{16}$ **C.** $\frac{4}{15}$ **D.** $\frac{1}{4}$

Co szósty uczeń poprawnie obliczył liczbę balonów czerwonych, ale nie uwzględnił, że liczba wszystkich balonów też się zmieniła, co ilustruje przykład 36.

**Przykład 36.**

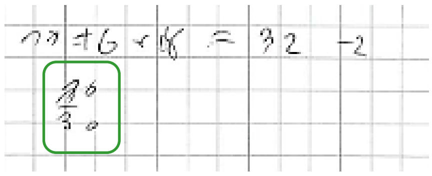
$\frac{\cancel{8}}{\boxed{\cancel{32}}}=\frac{1}{4}$

**Jakie jest prawdopodobieństwo, że trzeci balon losowo wyjęty przez Karolinę będzie w kolorze czerwonym? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

**A.** $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{4}{15}$ **C.** $\frac{5}{16}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Zdarzały się również prace, w których uczniowie poprawnie wskazywali liczbę wszystkich balonów, ale nie uwzględnili zmiany liczby balonów w kolorze czerwonym (przykład 37.).

**Przykład 37.**



**Jakie jest prawdopodobieństwo, że trzeci balon losowo wyjęty przez Karolinę będzie w kolorze czerwonym? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

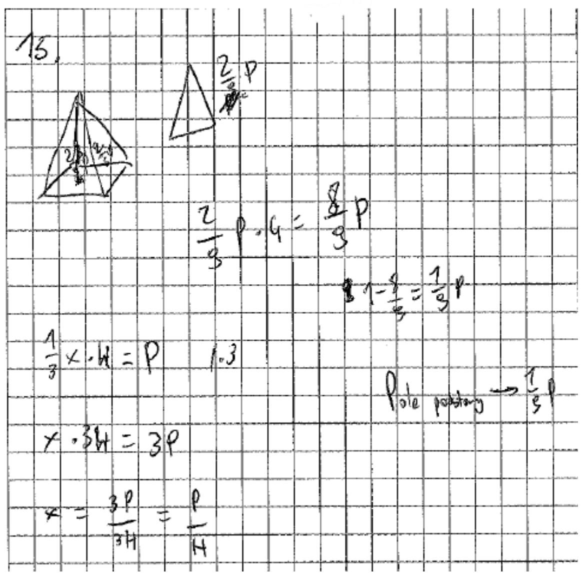
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{4}{15}$ C. $\frac{5}{16}$ ~~D.~~ $\frac{1}{3}$

**Zadanie 15.** sprawdzało umiejętność zapisywania zależności między polami: podstawy, powierzchni bocznej oraz jednej ściany bocznej ostrosłupa. W treści zadania pola te przedstawione zostały w postaci wyrażeń algebraicznych. Poprawnej odpowiedzi w tym zadaniu udzieliło 51% zdających.

Prawie 75% uczniów nie miało problemu z poprawnym uzupełnieniem pierwszego zdania, potrafili oni wyznaczyć pole powierzchni bocznej ostrosłupa przy danej wartości pola jednej ściany bocznej. Drugie zdanie, w którym należało porównać pole powierzchni podstawy z polem ściany bocznej, okazało się trudniejsze do uzupełnienia – błędną odpowiedź wybrało 43% zdających.

W rozwiązaniu zadania uczniowie często wspomagali się rysunkiem ostrosłupa (przykład 38.)

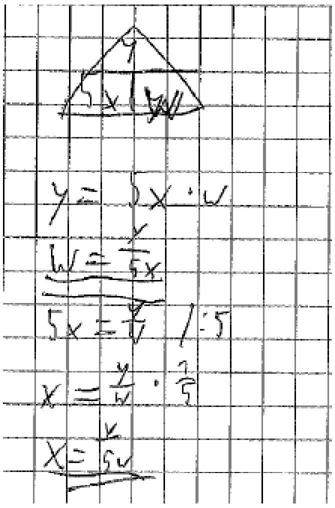
**Przykład 38.**



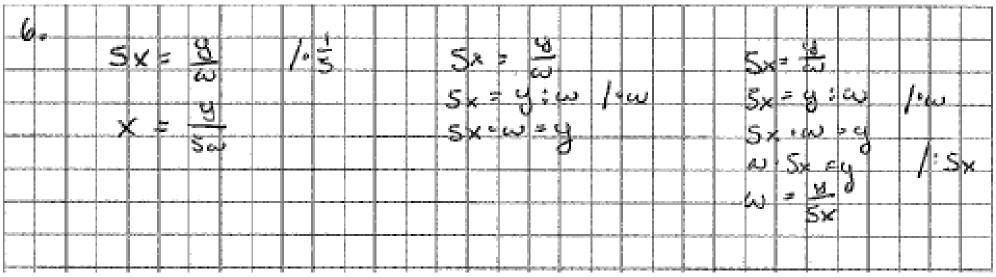
Najtrudniejsze, wśród zadań zamkniętych, w tej grupie zadań okazały się zadania 6. i 7.

W **zadaniu 6.** poprawnej odpowiedzi udzieliło 46% zdających. W rozwiązaniu tego zadania uczeń musiał wykazać się umiejętnością przekształcania wzoru. Rozwiązania bezbłędne pokazane są w przykładach 39. i 40.

**Przykład 39.**



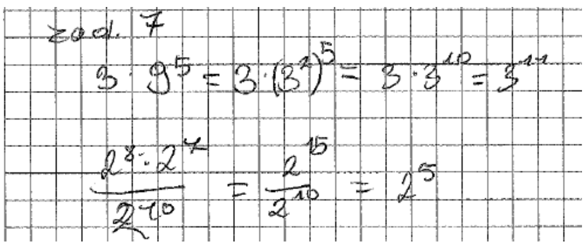
**Przykład 40.**



W tym zadaniu odpowiedź z błędnie wyznaczoną niewiadomą $y$ wskazało 35% uczniów.

**Zadanie 7.**, typu prawda-fałsz, w którym poprawnej oceny obu zdań dokonało 49% uczniów, wymagało od zdających umiejętności wykonywania działań na potęgach. Do oceny pierwszego zdania potrzebna była umiejętność potęgowania potęgi oraz mnożenia potęg o wykładnikach całkowitych dodatnich, natomiast w ocenie drugiego zdania – umiejętność mnożenia i dzielenia potęg o wykładnikach całkowitych dodatnich. Poprawny sposób rozwiązania ilustruje przykład 41.

**Przykład 41.**



Pierwsze zdanie poprawnie oceniło 58% ósmoklasistów – wykazali się oni umiejętnościami przekształcania iloczynu potęg oraz potęgowania potęgi. Z oceną drugiego zdania poradziło sobie 77% uczniów, którzy wykazali się umiejętnością mnożenia i dzielenia potęg o wykładnikach całkowitych.

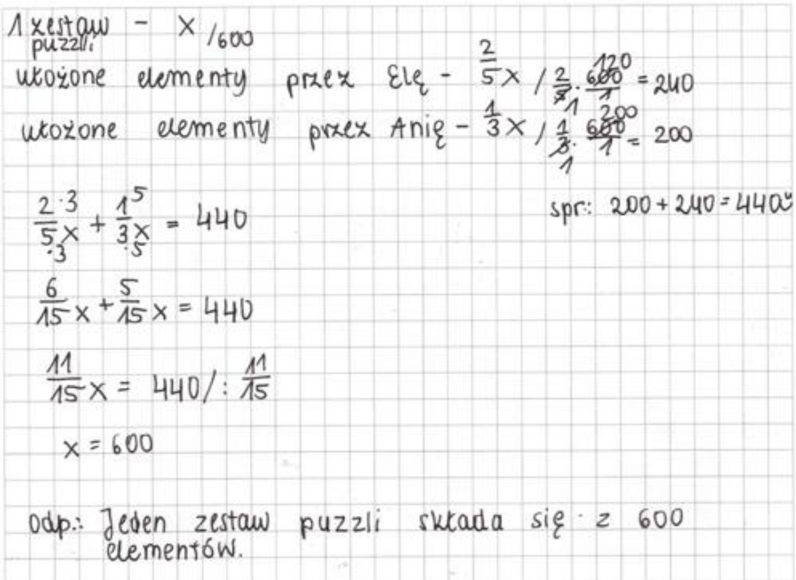
Najtrudniejsze w tym obszarze wymagań okazały się dla uczniów zadania otwarte: 16. i 19.

Za rozwiązanie **zadania 16.** – dwupunktowego – uczniowie uzyskali średnio 35% punktów możliwych do zdobycia. W zadaniu należało wyznaczyć liczbę elementów jednego zestawu puzzli na podstawie informacji o części puzzli ułożonych przez dwie dziewczynki. Kluczem do rozwiązania problemu było ułożenie równania na podstawie sumy części puzzli ułożonych przez każdą z dziewczynek lub wykorzystanie wielkości wprost proporcjonalnych do wyznaczenia liczby elementów w jednym zestawie puzzli. Nieco ponad 27% zdających bezbłędnie rozwiązało zadanie i otrzymało maksymalną liczbę punktów.

Przykłady od 42. do 48. ilustrują w pełni poprawne rozwiązania różnymi sposobami. Najczęściej ósmoklasiści układali równanie z jedną niewiadomą prowadzące do obliczenia liczby elementów w jednym zestawie puzzli . W rozwiązaniu zadania tym sposobem uczniowie musieli wykazać się umiejętnością dostrzegania zależności między informacjami podanymi w zadaniu, zapisania tych zależności za pomocą wyrażeń algebraicznych oraz zapisania równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.

Przykład 42. ilustruje rozwiązanie, w którym zdający ułożył równanie z niewiadomą $x$ oznaczającą liczbę elementów w jednym zestawie puzzli.

**Przykład 42.**


1 zestaw puzzli – $x$ /600

ułożone elementy przez Elę – $\frac{2}{5}x$ / $\frac{2}{\cancel{5}_1} \cdot \frac{\cancel{600}^{120}}{1} = 240$

ułożone elementy przez Anię – $\frac{1}{3}x$ / $\frac{1}{\cancel{3}_1} \cdot \frac{\cancel{600}^{200}}{1} = 200$

$\frac{2}{5}x + \frac{1}{3}x = 440$

spr: $200 + 240 = 440$

$\frac{6}{15}x + \frac{5}{15}x = 440$

$\frac{11}{15}x = 440 \; / : \frac{11}{15}$

$x = 600$

Odp.: Jeden zestaw puzzli składa się z 600 elementów.

Przykład 43. prezentuje rozwiązanie, w którym uczeń do ułożenia równania wykorzystał własność wielkości wprost proporcjonalnych. W tym przykładzie niewiadoma $x$ oznacza liczbę elementów w jednym zestawie puzzli.

**Przykład 43.**

$$\left.\begin{array}{l} E \ \frac{2}{5} \\ A \ \frac{1}{3} \end{array}\right\} \text{razem } \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15} \to 440$$

$$\frac{11}{15} - 440$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 40 \\ \hline 600 \end{array}$$

$$\text{całość puzzli } 1 = \frac{15}{15} - x \leftarrow \text{jeden zestaw puzzli}$$

$$x = \frac{440 \cdot 1}{\frac{11}{15}} = \cancel{440}^{40} \cdot \frac{15}{\cancel{11}_{1}} = 600$$

odp: W jednym zestawie jest 600 puzzli.

Niektórzy uczniowie rozwiązywali zadanie 16. metodą prób i błędów – takie rozwiązanie ilustruje przykład 44.

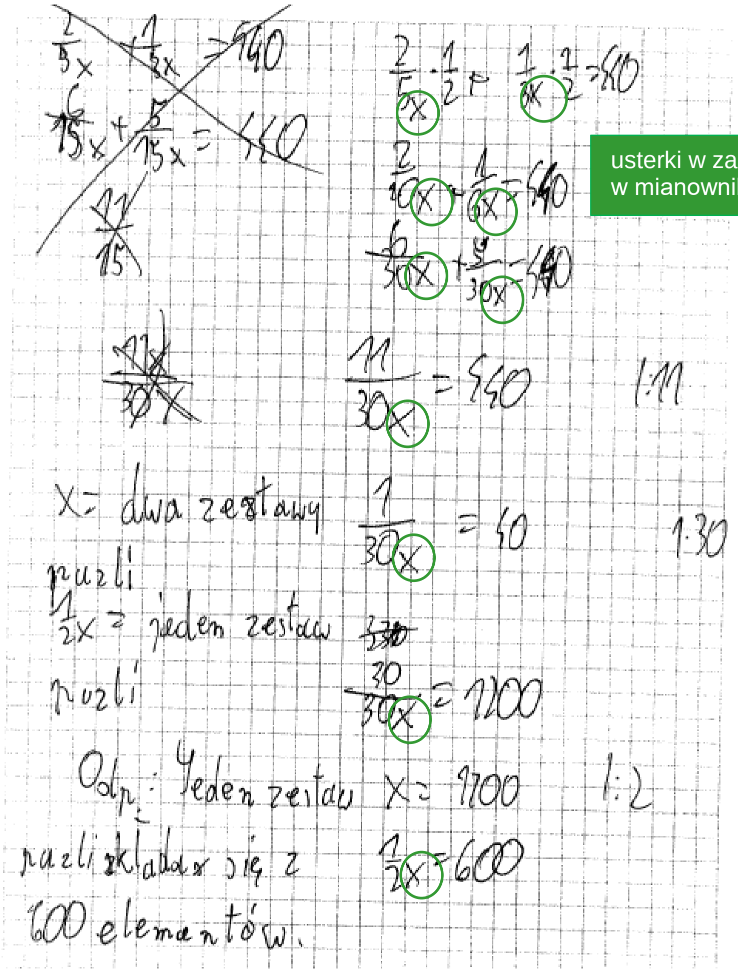
**Przykład 44.**

| | puzzle w zestawie | Ela $\left(\frac{2}{5}\right)$ | Ania $\left(\frac{1}{3}\right)$ | Łącznie | |
|---|---|---|---|---|---|
| I | 1000 | 400 | 333,(3) | | ✗ |
| II | 800 | 320 | 266,(6) | | ✗ |
| III | 900 | 360 | 300 | 660 | ✗ |
| IV | 600 | 240 | 200 | 440 | ✓ |

Odp: Ilość puzzli w jednym zestawie wynosi 600.

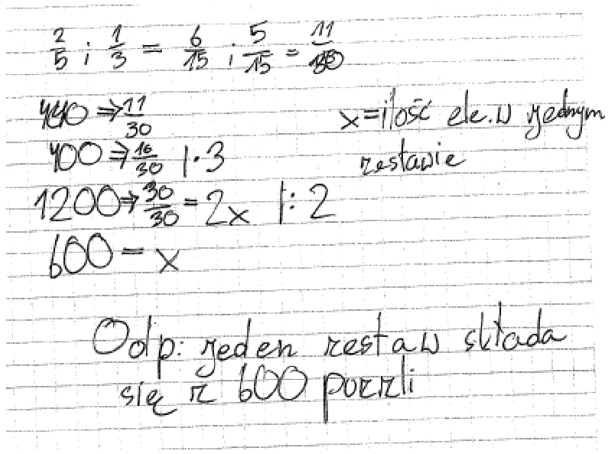
Ósmoklasiści wykazali się pomysłowością w sposobach rozwiązania problemu (przykłady od 45. do 47.). Wśród uczniowskich realizacji nie zabrakło również rozwiązań, w których autorzy wspomagali się formą graficzną (przykład 48.).

**Przykład 45.**




usterki w zapisie niewiadomej w mianownikach ułamków

**Przykład 46.**



**Przykład 47.**

Dane

ułożone puzzle → 440 x → jedne puzzle

ułożone Eli → $\frac{2}{5}x$

ułożone Ani → $\frac{1}{3}x$

Ania ułożyła $\frac{5}{11}$ puzzli ułożonych

$A \to \frac{5}{11} \cdot 440$

$\frac{5}{11} \cdot 440 = A$

$\frac{5 \cdot 440}{11} = A$

$\frac{2200}{11} = A$

$200 = A$

$$\begin{array}{r} 440 \\ \times\ 5 \\ \hline 2200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ 2200 : 11 \\ -22 \\ \hline == \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ \times\ 11 \\ \hline 200 \\ 200\ \ \\ \hline 2200 \end{array}$$

$\frac{1}{3}x = 200 \quad | \cdot 3$

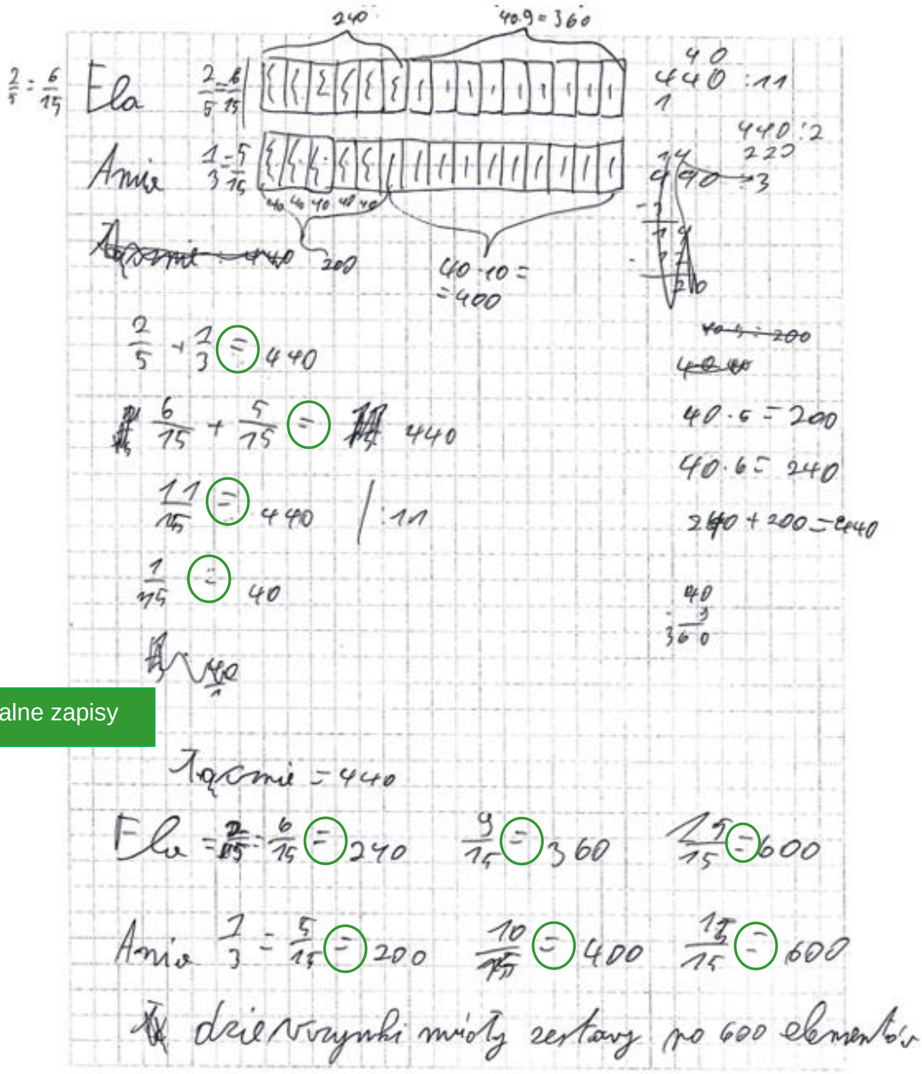
$x = 600$

Odp = Jeden zestaw puzzli składa się z 600 elementów

$\frac{2}{5} \cdot 600 + \frac{1}{3} \cdot 600 = 440$

$240 + 200 = 440$

**Przykład 48.**

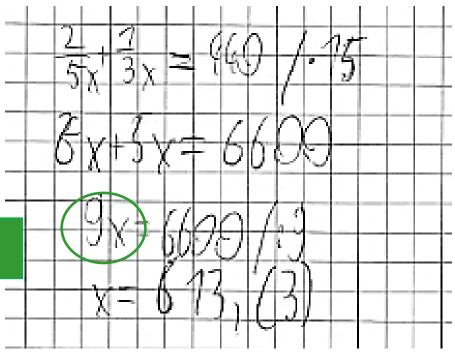



nieformalne zapisy

Ponad 13% spośród wszystkich zdających za rozwiązanie zadania 16. uzyskało 1 punkt. Takie rozwiązania uczniowskie prezentują przykłady od 49. do 52.

Przykład 49. ilustruje rozwiązanie, w którym uczniowi do pełnego rozwiązania zabrakło poprawności rachunkowej, popełnił błąd podczas rozwiązywania równania.

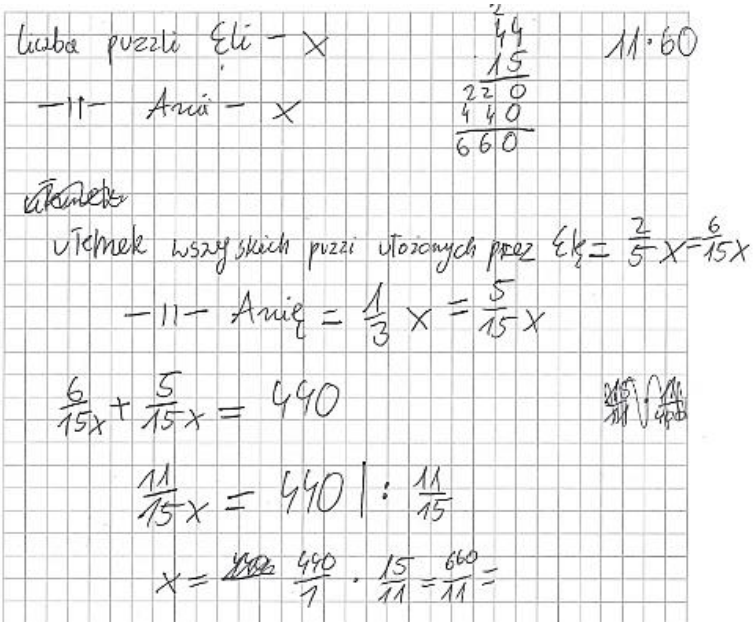
**Przykład 49.**




błąd rachunkowy

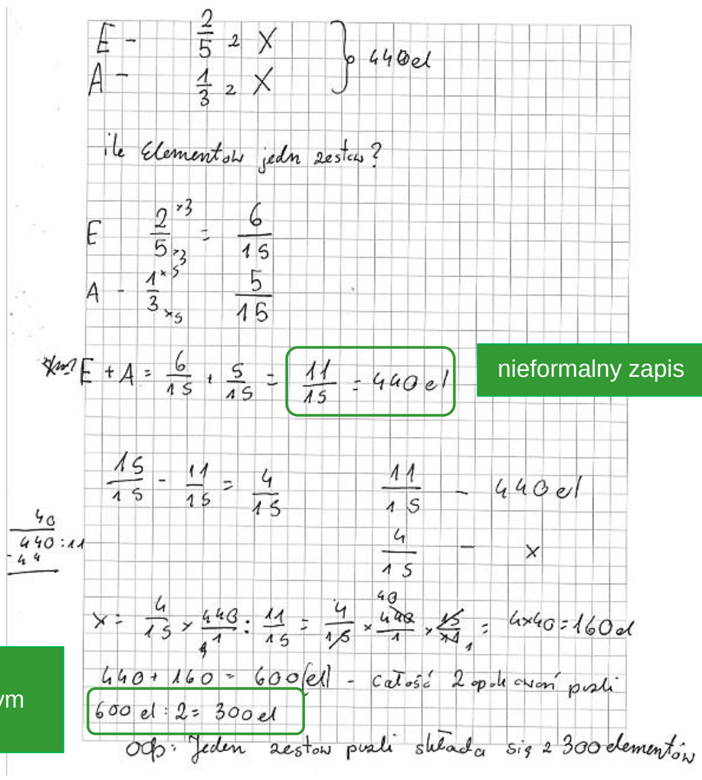
Przykład 50. ilustruje rozwiązanie, w którym do pełnego rozwiązania zabrakło końcowego obliczenia. Uczeń zapisał poprawne równanie, przekształcił je wyznaczając niewiadomą $x$, jednak nie dokończył obliczeń.

**Przykład 50.**


liczba puzzli Eli – x
—||— Ani – x
44 · 15 = 220 + 440 = 660
11 · 60
układ
Ułamek wszystkich puzzli ułożonych przez Elę $= \frac{2}{5}x = \frac{6}{15}x$
—||— Anię $= \frac{1}{3}x = \frac{5}{15}x$
$\frac{6}{15}x + \frac{5}{15}x = 440$
$\frac{11}{15}x = 440 \mid : \frac{11}{15}$
$x = \frac{440}{1} \cdot \frac{15}{11} = \frac{660}{11} =$

Przykłady 51. i 52. są ilustracją rozwiązań, w których uczniowie poprawnie zapisali równanie, wykonali poprawne przekształcenia i obliczenia, otrzymując prawidłowy wynik $600$. Jednak kontynuowali rozwiązanie zadania, dzieląc otrzymaną liczbę przez $2$, co świadczy o błędnej interpretacji liczby puzzli w jednym zestawie.

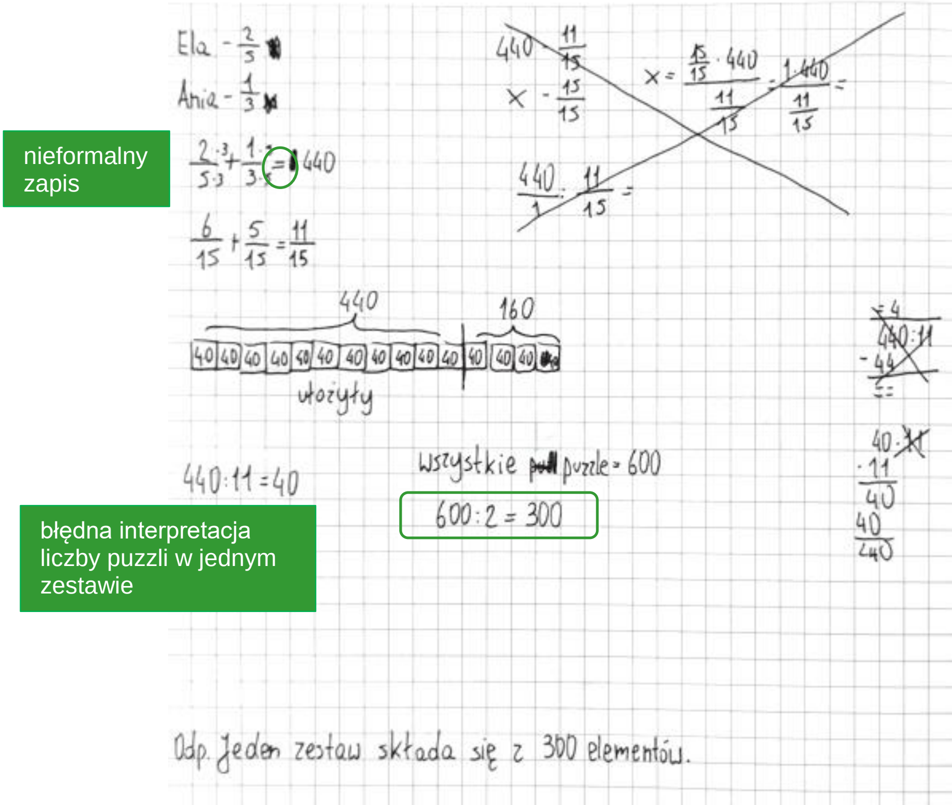
**Przykład 51.**


E – $\frac{2}{5}$ z x
A – $\frac{1}{3}$ z x } 440 el
ile elementów jedn zestaw?
E $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$
A – $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$
$E + A = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15} = 440$ el
$\frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$
$\frac{11}{15}$ — 440 el
$\frac{4}{15}$ — x
$x = \frac{4}{15} \times \frac{440}{1} : \frac{11}{15} = \frac{4}{15} \times \frac{440}{1} \times \frac{15}{11} = 4 \times 40 = 160$ el
440 + 160 = 600 el – całość 2 opakowań puzli
600 el : 2 = 300 el
Odp: Jeden zestaw puzli składa się z 300 elementów

nieformalny zapis

błędna interpretacja liczby puzzli w jednym zestawie

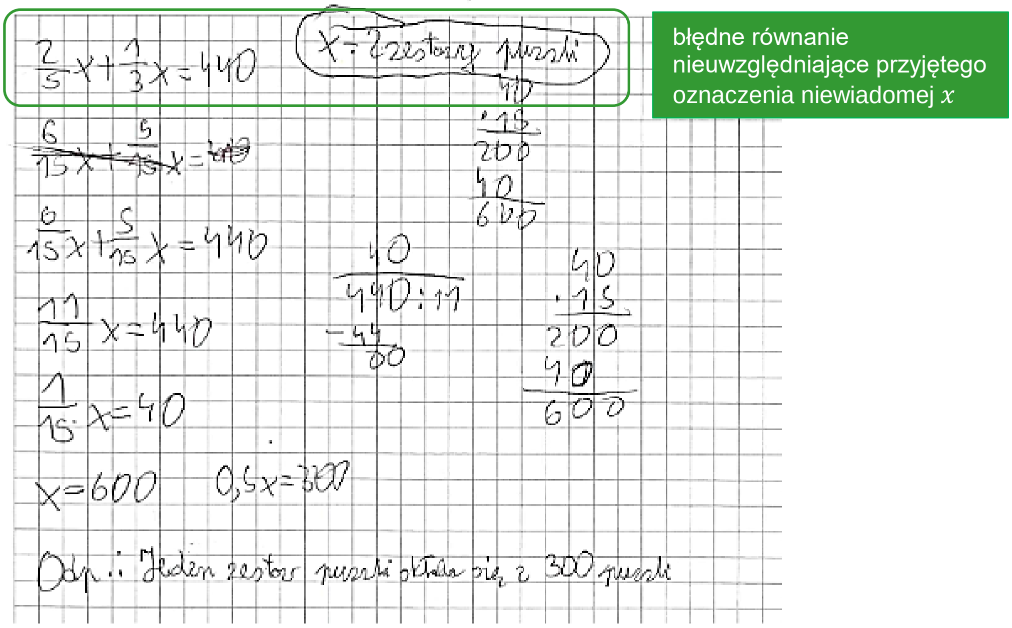
**Przykład 52.**




Ponad 58% zdających nie rozwiązało zadania w ogóle, bądź niepoprawnie zinterpretowało jego treść i za rozwiązanie otrzymało 0 punktów.
Przykłady od 53. do 55. ilustrują rozwiązania uczniowskie ocenione na 0 punktów.

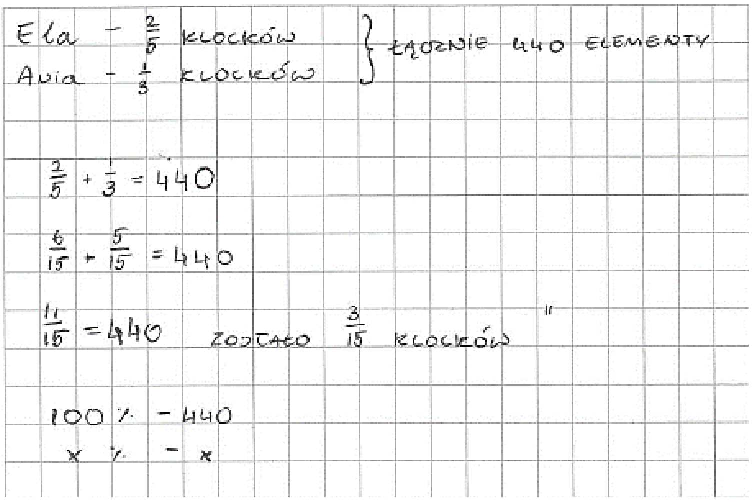
W przykładzie 53. uczeń zapisał niepoprawne równanie, ponieważ niewiadomą $x$ oznaczył liczbę puzzli w dwóch zestawach.

**Przykład 53.**



W rozwiązaniach uczniowskich często brakowało zapisania równania lub wyrażeń algebraicznych prowadzących do obliczenia liczby elementów puzzli, co ilustruje przykład 54.

**Przykład 54.**



Ela – $\frac{2}{5}$ klocków
Ania – $\frac{1}{3}$ klocków
łącznie 440 elementy

$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = 440$

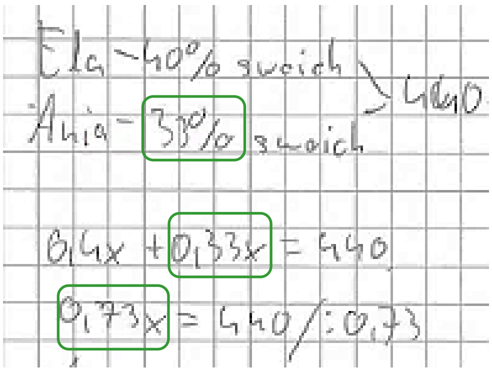
$\frac{6}{15} + \frac{5}{15} = 440$

$\frac{11}{15} = 440$ zostało $\frac{3}{15}$ klocków

100% – 440
x % – x

Uczniowie otrzymywali 0 punktów za rozwiązania, w których stosowali przybliżenia ułamków zwykłych. W takich realizacjach zabrakło weryfikacji i oceny sensowności rozwiązania, tzn. liczba elementów układanki musi być liczbą naturalną. Przykład 55. ilustruje rozwiązanie z przybliżeniami ułamków zwykłych.

**Przykład 55.**



Ela – 40% swoich
Ania – $\boxed{33\%}$ swoich
440

$0,4x + \boxed{0,33x} = 440$

$\boxed{0,73x} = 440 \,/:0,73$

Najtrudniejsze w tym obszarze było **zadanie 19.**, dwupunktowe, które dotyczyło geometrii przestrzennej. Uczniowie za jego rozwiązanie uzyskali średnio 30% punktów możliwych do zdobycia.
Wyobraźnia przestrzenna, znajomość wzoru na objętość ostrosłupa oraz jego przekształcenie, jak również sprawność rachunkowa – wszystkie te elementy miały wpływ na sukces w rozwiązaniu tego zadania.

Maksymalną liczbę punktów za to zadanie otrzymało nieco ponad 26% zdających, którzy poprawnie zapisali wzór na objętość ostrosłupa z uwzględnieniem wszystkich danych liczbowych, poprawnie go przekształcili oraz bezbłędnie wykonali obliczenia.

Przykład 56. ilustruje rozwiązanie, w którym uczeń zapisał poprawny wzór na objętość ostrosłupa, przekształcił go, wyznaczając niewiadomą $H$. W kolejnym kroku podstawił dane liczbowe oraz poprawnie obliczył wysokość ostrosłupa. Następnie obliczył wysokości obu wież oraz ich różnicę.

**Przykład 56.**

$h_1$ – wysokość I wieży   ~~x~~ x – wysokość sześcianu

$h_2$ – wysokość II wieży   $x = 10\,cm$

$h_2 = 2 \cdot 10\,cm = 20\,cm$

a – krawędź podstawy ostrosłupa

$P_p = a^2 = (9\,cm)^2 = 81\,cm^2$ – pole podstawy ostrosłupa

$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H \quad | \cdot 3$   $V = 324\,cm^3$

$3V = P_p \cdot H \quad | : P_p$

$\frac{3V}{P_p} = H$

$H = \frac{3 \cdot \cancel{324}^{4}\,cm^3}{\cancel{81}_{1}\,cm^2} = 12\,cm$

$h_1 = H + x = 12\,cm + 10\,cm = 22\,cm$

$h_2 - h_1 = 22\,cm - 20\,cm = 2\,cm$

ODP: Różnica wysokości obu wież wynosi 2cm.

Przykład 57. ilustruje rozwiązanie, które pojawiało się najczęściej. Zdający podstawił wartości liczbowe do poprawnego wzoru na objętość, a następnie obliczył wysokość ostrosłupa oraz różnicę wysokości obu wież.

**Przykład 57.**

II wieża $= 10 \cdot 2 = 20\,cm$

I wieża $= 10\,cm + h = 10\,cm + 12\,cm = 22\,cm$

$h = 12\,cm$

$V_o = 324\,cm^3$

$V_o = \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \cancel{9}^{3} \cdot 9 \cdot h = 27 \cdot h$

$324\,cm^3 = 27\,cm^2 \cdot h \quad | : 27$

$12\,cm = h$

II wi – I wi $= 20 - 22 = -2$

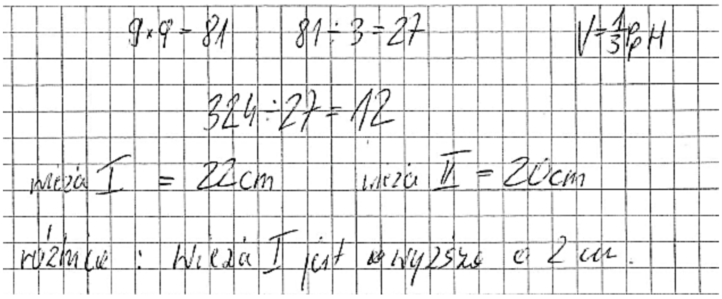
Odp. II wieża jest o 2 cm niższa od I wieży.

$324 : 27 = 12$
$-27$
$054$
$-54$
$0$

$27 \cdot 2 = 54$

Przykład 58. ilustruje rozwiązanie, w którym uczeń zapisał wzór na objętość ostrosłupa, a następnie wykonał działania arytmetyczne z wykorzystaniem tego wzoru, prowadzące do wyznaczenia wysokości ostrosłupa. W ostatnim kroku obliczył różnicę wysokości obu wież.

**Przykład 58.**


9·9=81   81:3=27   V=1/3 Pp H

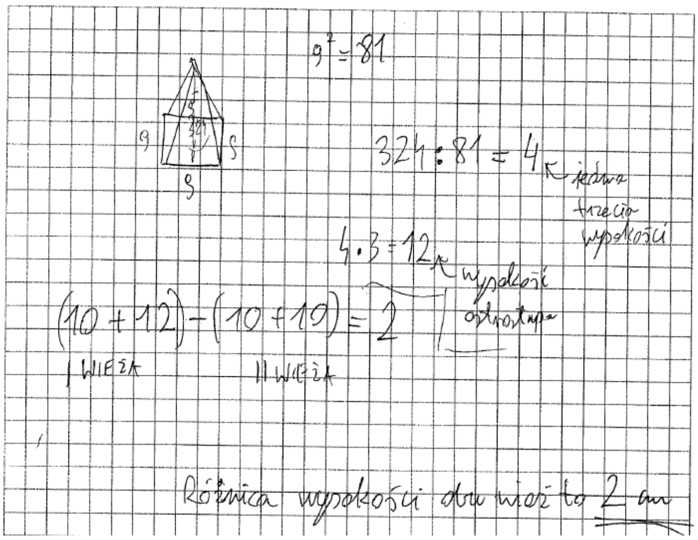
324:27=12

wieża I = 22cm   wieża II = 20cm

różnica: wieża I jest wyższa o 2 cm.

W przykładach 59., 60. i 61. pokazane są rozwiązania, w których nie ma zapisanego wzoru na objętość ostrosłupa, ale z wyrażeń arytmetycznych oraz opisów wynika, że zdający w rozwiązaniach zastosowali wzór na objętość tej bryły. W dalszej części rozwiązania poprawnie wyznaczyli różnicę wysokości wież.

**Przykład 59.**


9²=81

9 9 9

324:81=4 ← jedna trzecia wysokości

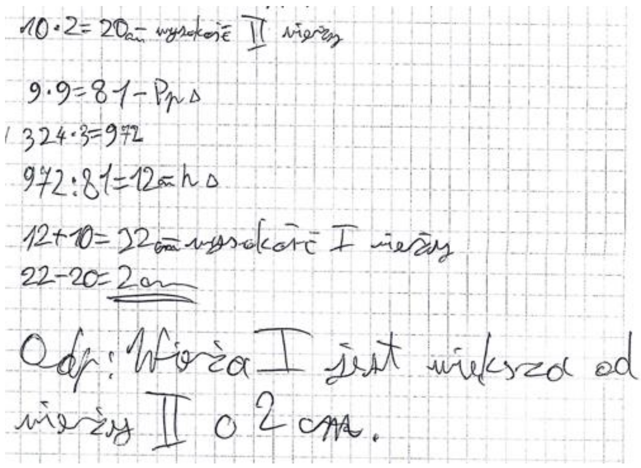
4·3=12 ← wysokość ostrosłupa

(10+12)−(10+10)=2

I WIEŻA   II WIEŻA

Różnica wysokości obu wież to 2 cm

**Przykład 60.**


10·2=20cm – wysokość II wieży

9·9=81 – Pp △

324·3=972

972:81=12cm h △

12+10=22cm wysokość I wieży

22−20=2cm

Odp: Wieża I jest większa od wieży II o 2 cm.

**Przykład 61.**

II wieża
wysokość – 20cm

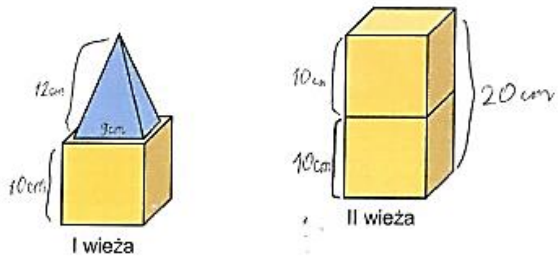
I wieża
wysokość ~~...~~ x = 22
x = 10 + 12 = 22
P prostokąta = $9^2$ = 81 cm²

81 : 3 = 27
27 · 12 = 324 cm³

Odp.: I wieża jest o 2 cm większa niż II wieża

Uczniowie w swoich rozwiązaniach wykorzystywali rysunek do oznaczenia wysokości wież (przykład 62.) lub wykonywali dodatkowo swoje szkice (przykład 63.) i na nich zaznaczali wysokości wież.

**Przykład 62.**




**Oblicz różnicę wysokości obu wież. Zapisz obliczenia.**

$V_\triangle = 324 cm^3$    $3 \cdot 324 = 972$

~~V...~~ $972 : 81 = 12$

$9 \cdot 9 = 81$

$H_1 = 10 + 12 = 22 cm$

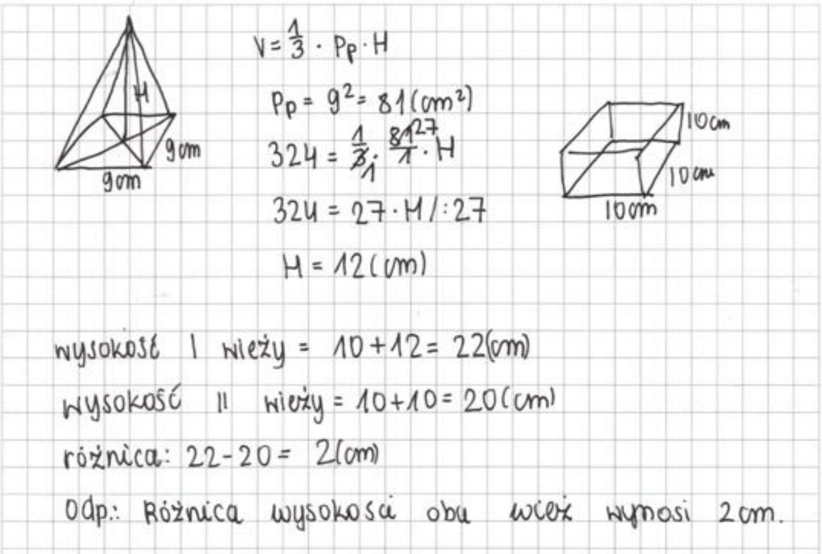
$H_2 = 10 + 10 = 20 cm$

$22 - 20 = 2$

Odp.: Różnica wysokości obu wież wynosi 2 cm.

12
972 : 81
−81
162
−162
===

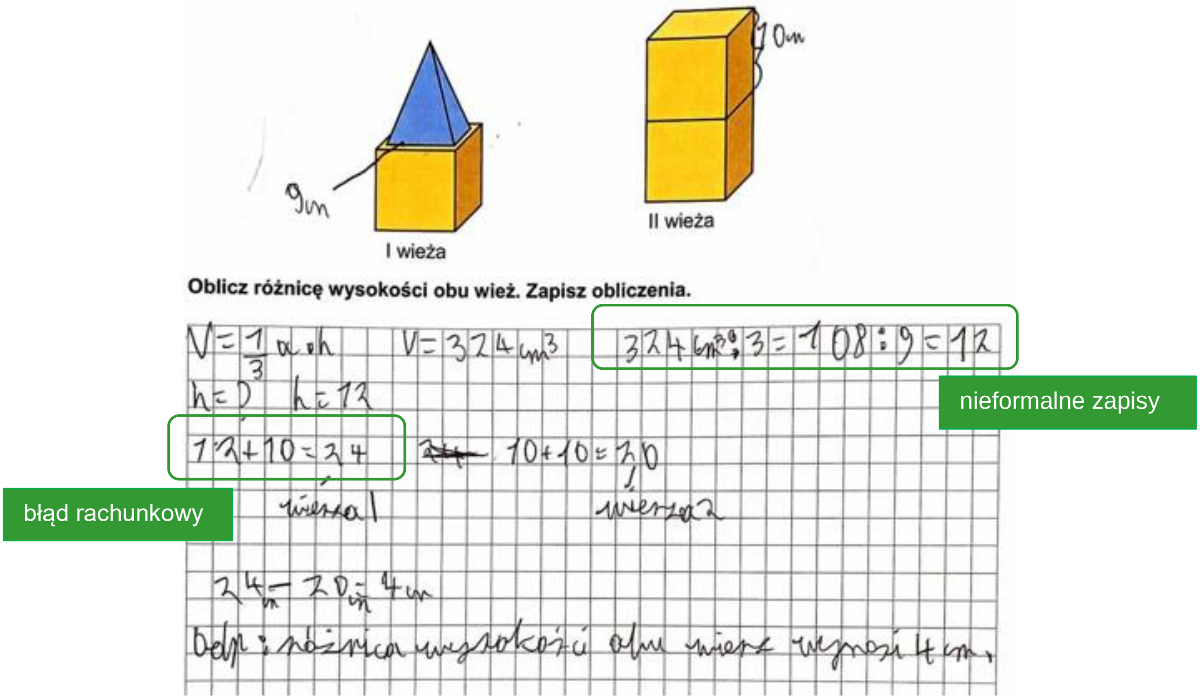
**Przykład 63.**



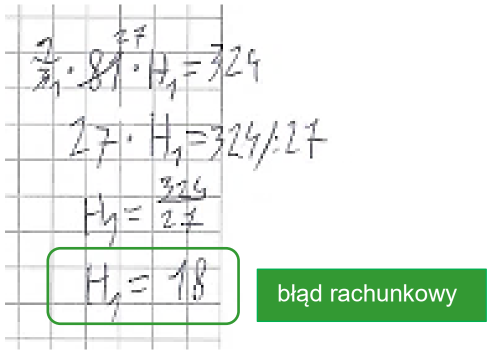

Jeden punkt za rozwiązanie zadania 19. otrzymało 8% zdających. W tej grupie znalazły się realizacje, które zawierają błędy rachunkowe, niedokończone obliczenia oraz takie, które wskazują na brak umiejętności przekształcania wzorów.
Przykłady od 64. do 68. prezentują rozwiązania ocenione na 1 punkt.

Przykłady 64. i 65. ilustrują błędy rachunkowe pojawiające się w rozwiązaniach uczniowskich.

**Przykład 64.**

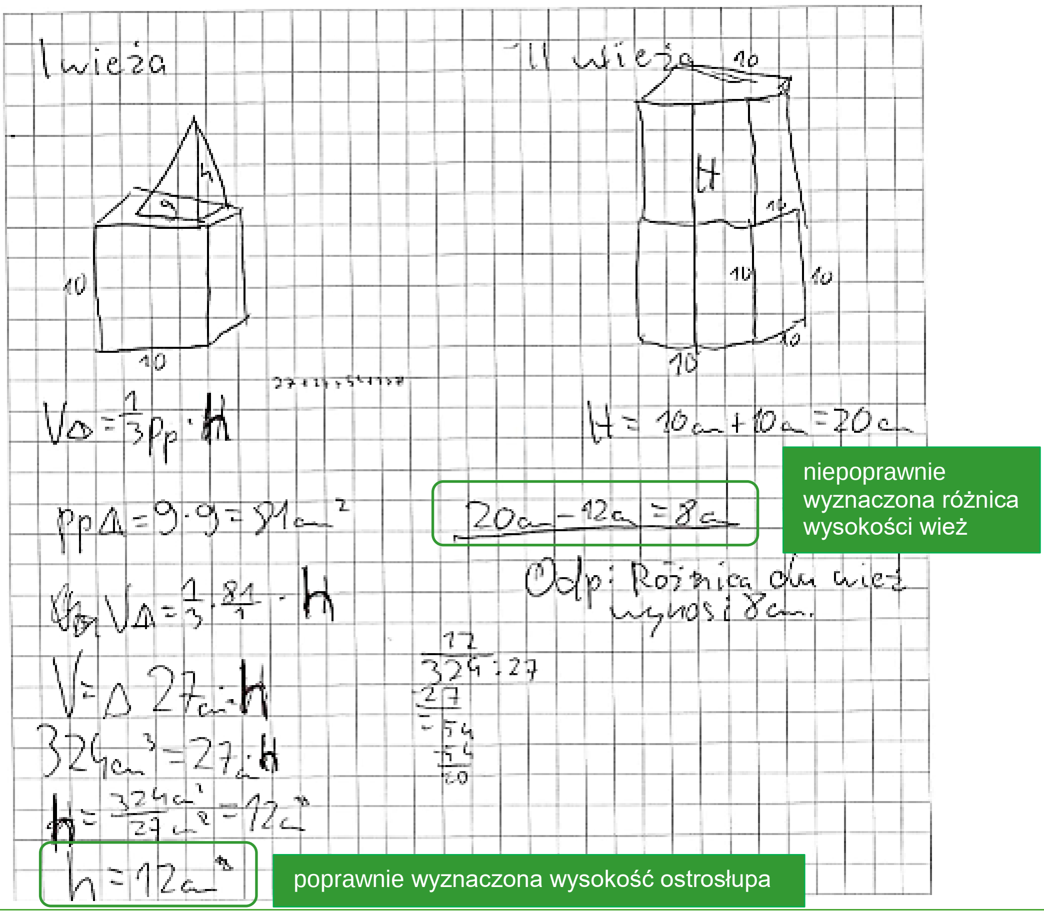


**Przykład 65.**



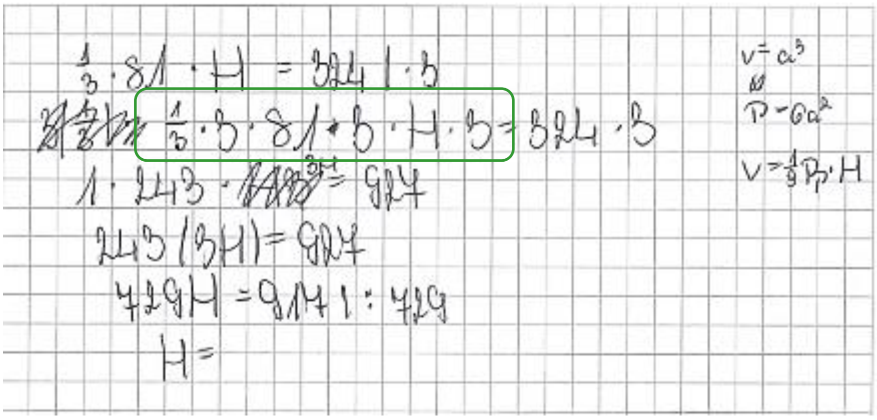

W poniższym rozwiązaniu uczeń poprawnie wyznaczył wysokość ostrosłupa, ale podał błędny sposób wyznaczenia różnicy wysokości obu wież.

**Przykład 66.**



W przykładzie 67. uczeń poprawnie podstawił wartości liczbowe do wzoru na objętość ostrosłupa, ale wykonał niepoprawne przekształcenie równania, mnożąc każdy czynnik lewej strony przez 3 i nie dokończył rozwiązywania równania.

**Przykład 67.**



$\frac{1}{3} \cdot 81 \cdot H = 324 \mid \cdot 3$

$\boxed{\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 81 \cdot 3 \cdot H \cdot 3} = 324 \cdot 3$

$1 \cdot 243 \cdot = 924$

$243 (3H) = 924$

$729H = 9147 \mid : 729$

$H =$

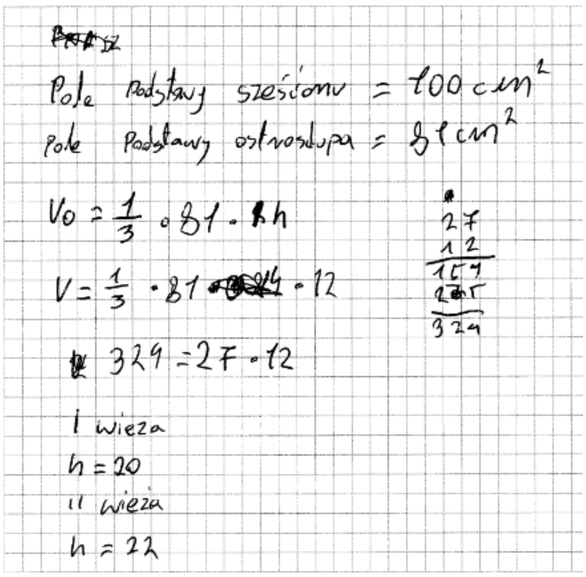
$V = a^3$

$P = 6a^2$

$V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$

Przykład 68. to rozwiązanie, w którym uczeń prawidłowo obliczył wysokości obu wież, ale nie obliczył różnicy tych wysokości.

**Przykład 68.**



Pole podstawy sześcianu = 100 $cm^2$

Pole Podstawy ostrosłupa = 81 $cm^2$

$V_0 = \frac{1}{3} \cdot 81 \cdot h$

$V = \frac{1}{3} \cdot 81 \cdot 12$

$324 = 27 \cdot 12$

27 · 12: 154 + 270 = 324

I wieża

$h = 20$

II wieża

$h = 22$

Nieznacznie ponad 66% zdających otrzymało za rozwiązanie zadania 0 punktów. Oprócz tych, którzy w ogóle nie podjęli próby rozwiązania zadania, są osoby, które w swoich rozwiązaniach do poprawnego wzoru na objętość ostrosłupa wstawiły błędne dane liczbowe (przykłady 69. i 70.). W przykładzie 69. uczeń we wzorze na objętość ostrosłupa użył wartość długości krawędzi sześcianu, a rozwiązujący przykład 70. za pole podstawy podstawił długość krawędzi podstawy.

**Przykład 69.**

$h2(\text{II wieży}) = 2 \cdot 10 = 20$ cm

$h1(\text{I wieży}) = 10 + h1 = x$

$\frac{1}{3} \cdot 10^2 \cdot h1 = 324\ cm^3 \ / \cdot 3$

błędnie wstawiona dana liczbowa

$10^2 \cdot h1 = 972\ cm^3$

$100 \cdot h1 = 972\ cm^3 \ / : 100$

$h1 = 9,72$ cm

$h2 = 20$ cm

$h1 = 10 + 9,72 = 19,72$ cm

różnica $20 - 19,72 = 0,28$ cm

**Przykład 70.**

H obu sześcianów $= 10$ cm $+ 10$ cm $= 20$ cm

$V_{\triangle} = \frac{1}{3} P_p \cdot H$

$\frac{1}{3} \cdot 9 \cdot H = 324\ cm^3$

brak poprawnego zastosowania wzoru na pole podstawy ostrosłupa $P_p$

$3 \cdot H = 324\ cm^3 \ / : 3$

$H = 108$ cm

wysokość pierwszej wieży:

$10\ cm + 108\ cm = 118$ cm

wysokość drugiej wieży:

$10\ cm + 10\ cm = 20$ cm

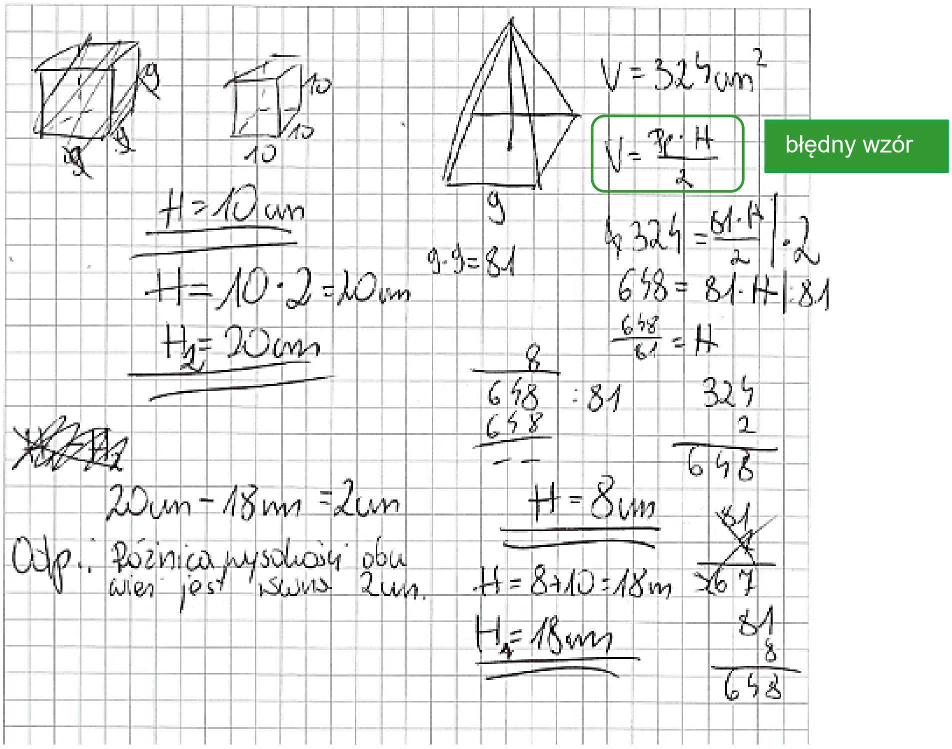
~~różnica obu wież~~ różnica wysokości obu wież

$118\ cm - 20\ cm = 98$ cm

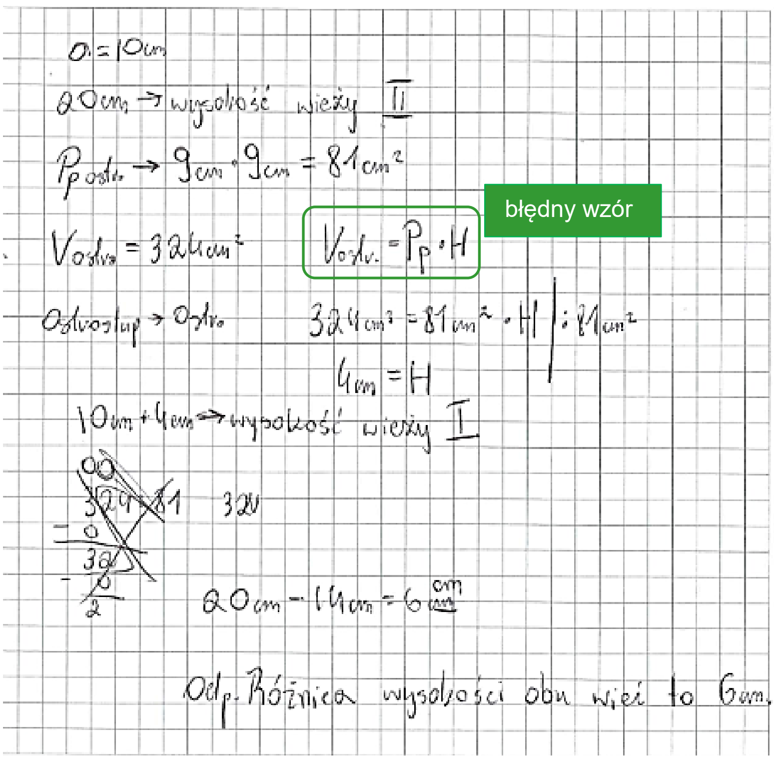
Odp: Różnica wysokości obu wież wynosi 98 cm.

W przykładach 71. i 72. pokazano rozwiązania, w których zdający zastosowali niepoprawne wzory na objętość ostrosłupa, co skutkowało uzyskaniem za rozwiązanie zadania 0 punktów.

**Przykład 71.**



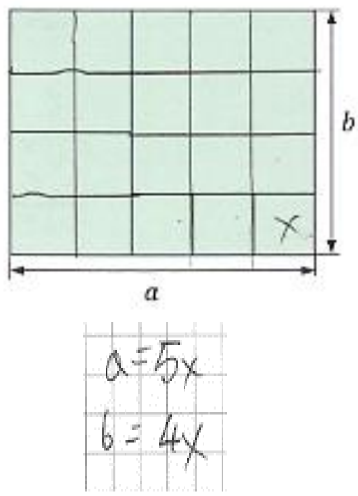

**Przykład 72.**



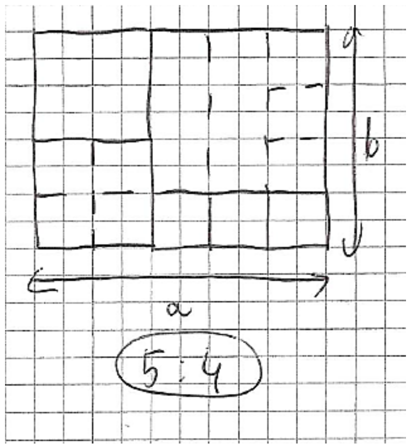
Czwarte wymaganie ogólne, czyli **rozumowanie i argumentacja**, sprawdzane było trzema zadaniami, w tym dwoma zamkniętymi (zadania 13. i 14.) oraz jednym otwartym (zadanie 17.). Zdający uzyskali za ich rozwiązanie średnio 48% punktów możliwych do zdobycia.

Najłatwiejsze w tym obszarze było **zadanie 13.**, z którym bezbłędnie poradziło sobie 66% zdających. Rozwiązując zadanie, należało, na podstawie zaprezentowanego na rysunku podziału prostokąta na kwadraty, sformułować wniosek dotyczący stosunku długości boków tego prostokąta. Uczniowie w poszukiwaniu poprawnej odpowiedzi wspomagali się rysunkiem z zadania (przykład 73.) lub samodzielnie rysowali w brudnopisie swoją interpretację treści zadania (przykład 74.).

**Przykład 73.**




**Przykład 74.**

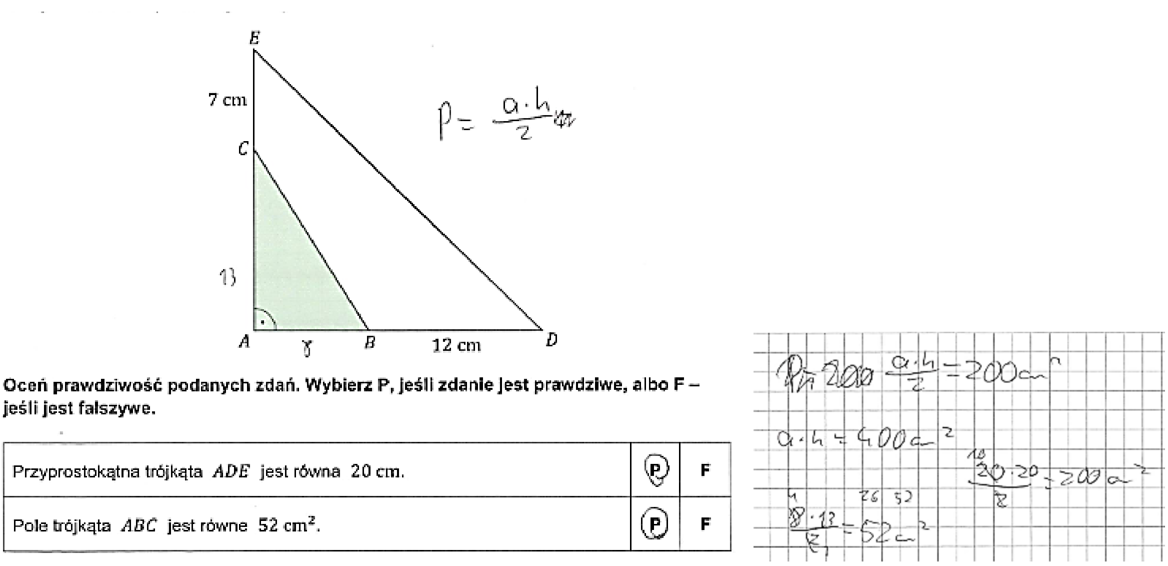



Najtrudniejszym w tym obszarze okazało się zamknięte **zadanie 14.**, które wymagało od zdającego tworzenia i stosowania strategii wynikającej z treści zadania, prowadzącej do rozwiązania problemu. Z poprawnym rozwiązaniem zadania poradziło sobie tylko 31% zdających. Prawdziwość pierwszego zdania poprawnie określiło 48% ósmoklasistów. W celu obliczenia długości przyprostokątnej trójkąta prostokątnego równoramiennego należało zastosować wzór na jego pole. W celu oceny drugiego zdania niezbędne było obliczenie pola mniejszego trójkąta prostokątnego przedstawionego na rysunku. Z tą częścią zadania poradziło sobie 52% ósmoklasistów.

Podobnie jak w poprzednim zadaniu uczniowie wspomagali się rysunkiem zamieszczonym w arkuszu egzaminacyjnym lub samodzielnie rysowali interpretację zadania w brudnopisie.

Przykłady 75. i 76. ilustrują poprawne rozwiązania uczniowskie.

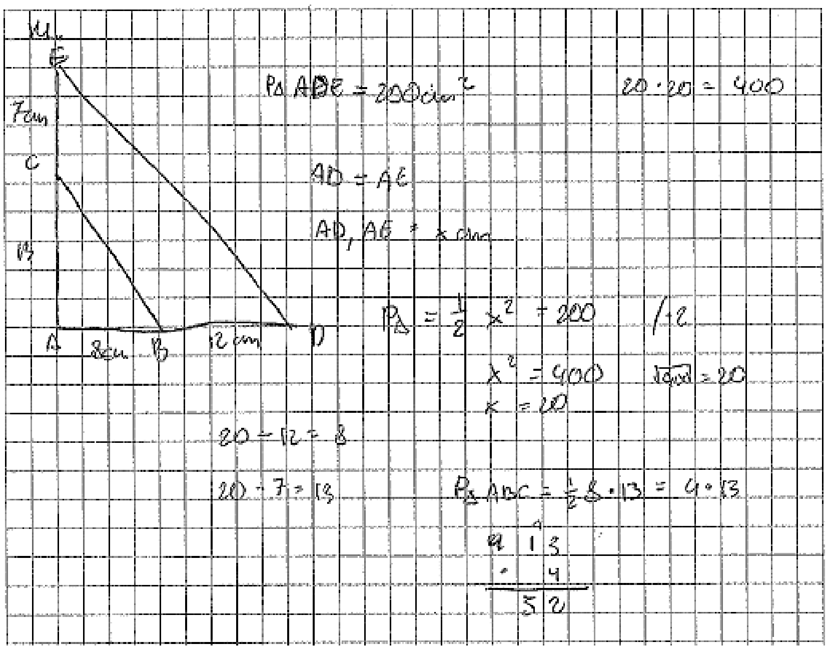
**Przykład 75.**




Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

| | | |
|---|---|---|
| Przyprostokątna trójkąta $ADE$ jest równa 20 cm. | P | F |
| Pole trójkąta $ABC$ jest równe 52 cm². | P | F |

**Przykład 76.**




W rozwiązaniu **zadania 17.** konieczne było zaplanowanie kolejnych kroków prowadzących do obliczenia pola trapezu. Było to zadanie trzypunktowe, w którym należało skorzystać z własności trójkąta równoramiennego, zastosować twierdzenie Pitagorasa oraz znaleźć sposób obliczenia pola trapezu.

Bezbłędnie z zadaniem poradziło sobie prawie 33% tegorocznych ósmoklasistów. Przedstawili oni w pełni poprawne rozwiązanie tego zadania i otrzymali maksymalną możliwą liczbę punktów (przykłady od 77. do 81.).

Uczniowie najczęściej zaczynali rozwiązanie od obliczenia długość odcinka $AE$, korzystając z twierdzenia Pitagorasa. Następnie, korzystając z własności trójkąta równoramiennego $ACE$, ustalali, że długość odcinka $EC$ jest równa długości odcinka $AE$. W kolejnym kroku obliczali długość odcinka $AB$, korzystając z zależności między długością tego odcinka a długością odcinków $DE$ i $EC$. Ostatnim etapem było obliczenie pola trapezu.

Poprawne rozwiązanie ilustruje przykład 77.

**Przykład 77.**

$P_{\triangle ABCE} = ?$

$|AE| = 25\,cm$, bo $\triangle AED$ to $\triangle$ PITAGOREJSKI

więc $|CE| = 25\,cm$, bo $\triangle AEC$ to $\triangle$ RÓWNORAMIENNY

$|AB| = 25 + 15 = 40\,cm$

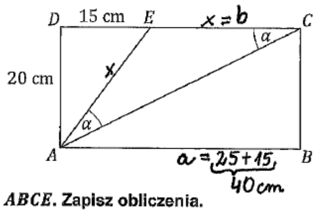
$P_{\triangle ABCE} = \frac{(40+25)\cdot 20}{2}$

$P_{\triangle ABCE} = 650\,cm^2$

odp.: Pole trapezu ABCE wynosi $650\,cm^2$.

Przykład 78. ilustruje w pełni poprawne rozwiązanie tego zadania. Zdający oblicza długość odcinka $AE$, korzystając z twierdzenia Pitagorasa. Na rysunku przy odcinkach $AE$ i $EC$ zapisuje $x$, co wskazuje na skorzystanie z własności trójkąta równoramiennego. W ostatnim kroku oblicza pole trapezu.

**Przykład 78.**




**Oblicz pole trapezu $ABCE$. Zapisz obliczenia.**

$20^2 + 15^2 = x^2$

$400 + 225 = x^2$

$625 = x^2$

$\sqrt{625} = x^2$

$25 = x$

$15 \cdot 15$: $75$, $15$, $225$

$625 \mid 5$, $125 \mid 5$, $25 \mid 5$, $5 \mid 5$, $1$

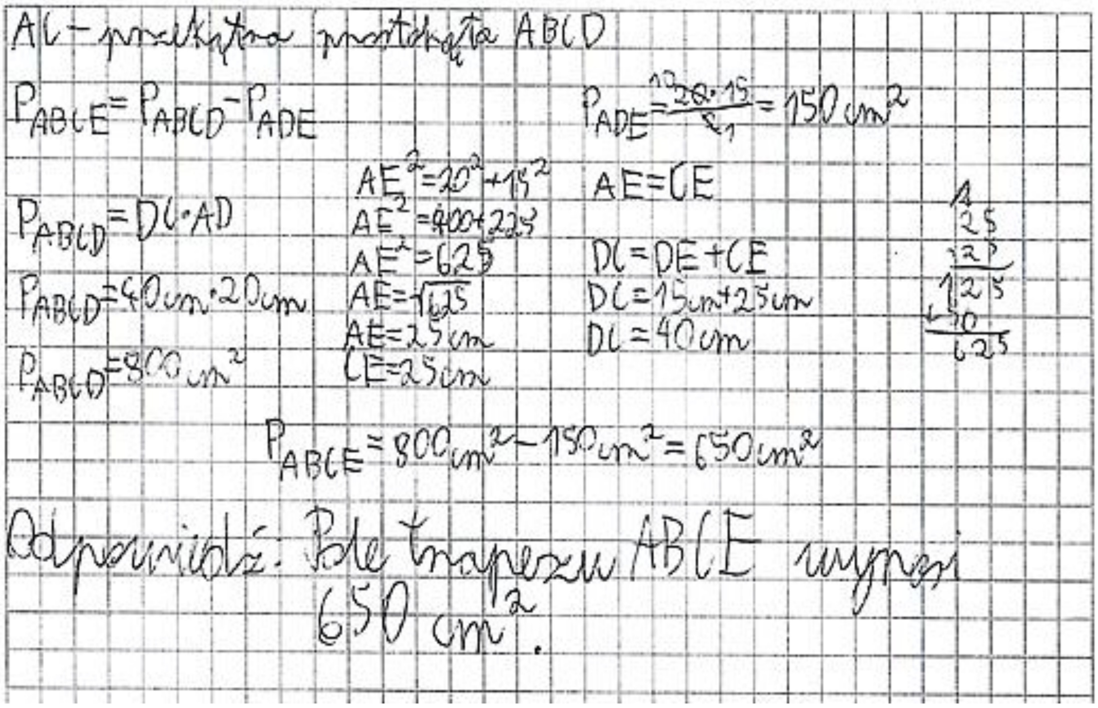
$P = \frac{(a+b)\cdot h}{2} = \frac{(40+25)\cdot 20}{2} = \frac{65\cdot 20}{2} =$

$= 65 \cdot 10 = 650\,cm^2$

Odp: Pole trapezu ABCE jest równe $650\,cm^2$.

Rozwiązanie, w którym uczeń przedstawił sposób obliczenia pola trapezu jako różnicę pola prostokąta $ABCD$ i pola trójkąta $AED$, ilustruje przykład 79.

**Przykład 79.**


AC – przekątna prostokąta ABCD

$P_{ABCE} = P_{ABCD} - P_{ADE}$

$P_{ADE} = \frac{20 \cdot 15}{2} = 150\ cm^2$

$P_{ABCD} = DC \cdot AD$

$P_{ABCD} = 40cm \cdot 20cm$

$P_{ABCD} = 800\ cm^2$

$AE^2 = 20^2 + 15^2$

$AE^2 = 400 + 225$

$AE^2 = 625$

$AE = \sqrt{625}$

$AE = 25cm$

$CE = 25cm$

$AE = CE$

$DC = DE + CE$

$DC = 15cm + 25cm$

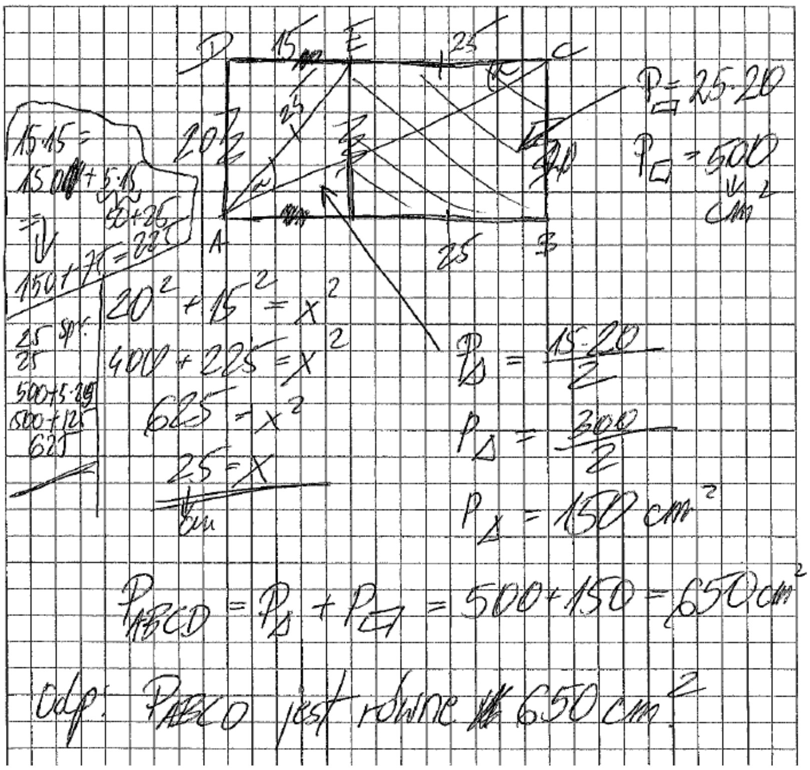
$DC = 40cm$

$P_{ABCE} = 800cm^2 - 150cm^2 = 650cm^2$

Odpowiedź: Pole trapezu ABCE wynosi 650 cm².

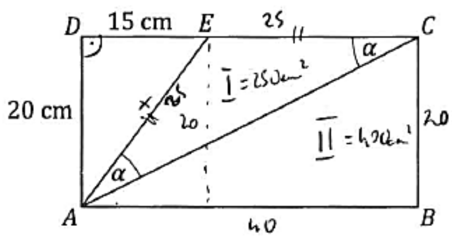
Przykład 80. to rozwiązanie, w którym uczeń obliczył pole trapezu jako sumę pola trójkąta przystającego do trójkąta $AED$ i pola prostokąta o bokach $CE$ i $BC$.

**Przykład 80.**



Inny sposób rozwiązania ilustruje przykład 81. Zdający obliczył pole trapezu jako sumę pola trójkąta prostokątnego $ABC$ i pola trójkąta $ACE$.

**Przykład 81.**




**Oblicz pole trapezu $ABCE$. Zapisz obliczenia.**

$15^2 + 20^2 = x^2$

$225 + 400 = x^2 / \sqrt{\ }$

$x = \sqrt{625} = 25$

$P_{I} = \frac{25 \cdot 20}{2} = 250$

$P_{II} = \frac{40 \cdot 20}{2} = \frac{800}{2} = 400$

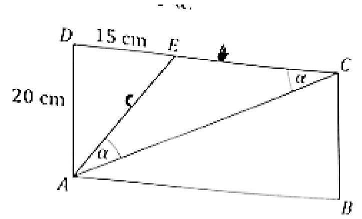
$650$

Odp. Pole trapezu ABCE wynosi: $650 cm^2$

Niewiele ponad 11% wszystkich piszących uzyskało za rozwiązanie zadania 17. dwa punkty. Przyczyną utraty punktu były błędy rachunkowe, błędne zapisy jednostki w wyniku końcowym bądź brak obliczenia pola trapezu.

Przykład 82. ilustruje poprawne rozwiązanie pod względem zastosowanych metod, jednak zawierające błąd rachunkowy.

**Przykład 82.**




Oblicz pole trapezu $ABCE$. Zapisz obliczenia.

Obliczam odcinek c

$15^2+20^2=c^2$

$225+400=c^2$

$625=c^2 \quad |\sqrt{\ }$

$\sqrt{625}=c$

$25=c$

Obliczam odcinek EC

Odcinek EC ma taką samą długość jak odcinek c ponieważ jest to trójkąt równoramienny.

$EC=c=25$ cm

Obliczam odcinek AB

$AB=15$ cm $+ 25$ cm $=40$ cm

Obliczam odcinek CB

Odcinek CB ma długość 20 cm ponieważ jest równoległy do odcinka DA

$CB=DA=20$ cm

Obliczam pole trapezu ABCB

$h\cdot(a+b)\cdot\frac{1}{2}$

$CB\cdot(EC+AB)\cdot\frac{1}{2}$

$20\cdot(25+40)\cdot\frac{1}{2}$

$20\cdot(65)\cdot\frac{1}{2}$

$1450\cdot\frac{1}{2}$

$725$ cm$^2$

65
· 20
00
145
1450

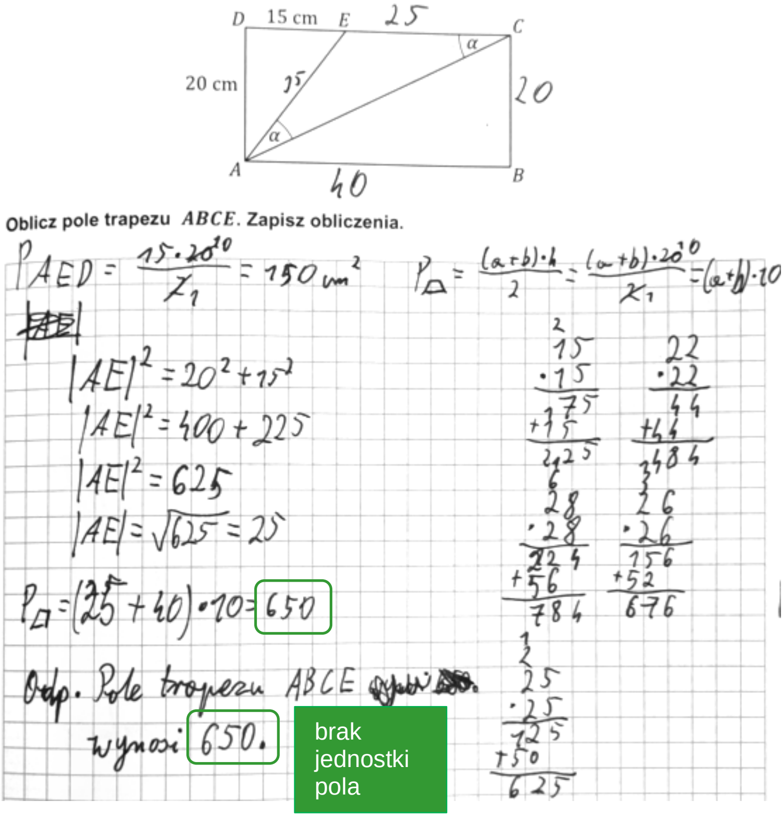
725
1450 : 2
−14
==
−4
−1
−10
==

błąd rachunkowy

Odp.: Pole trapezu ABCE wynosi 725 cm$^2$

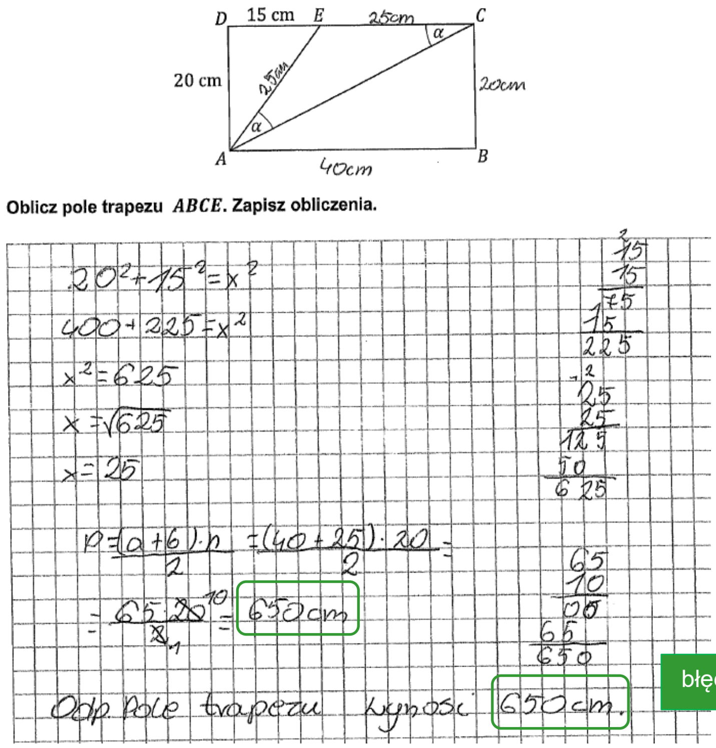
W przykładzie 83. uczeń zastosował poprawne metody, jednak wynik podał bez jednostki, a w przykładzie 84. zapisał błędną jednostkę pola.

**Przykład 83.**




brak jednostki pola

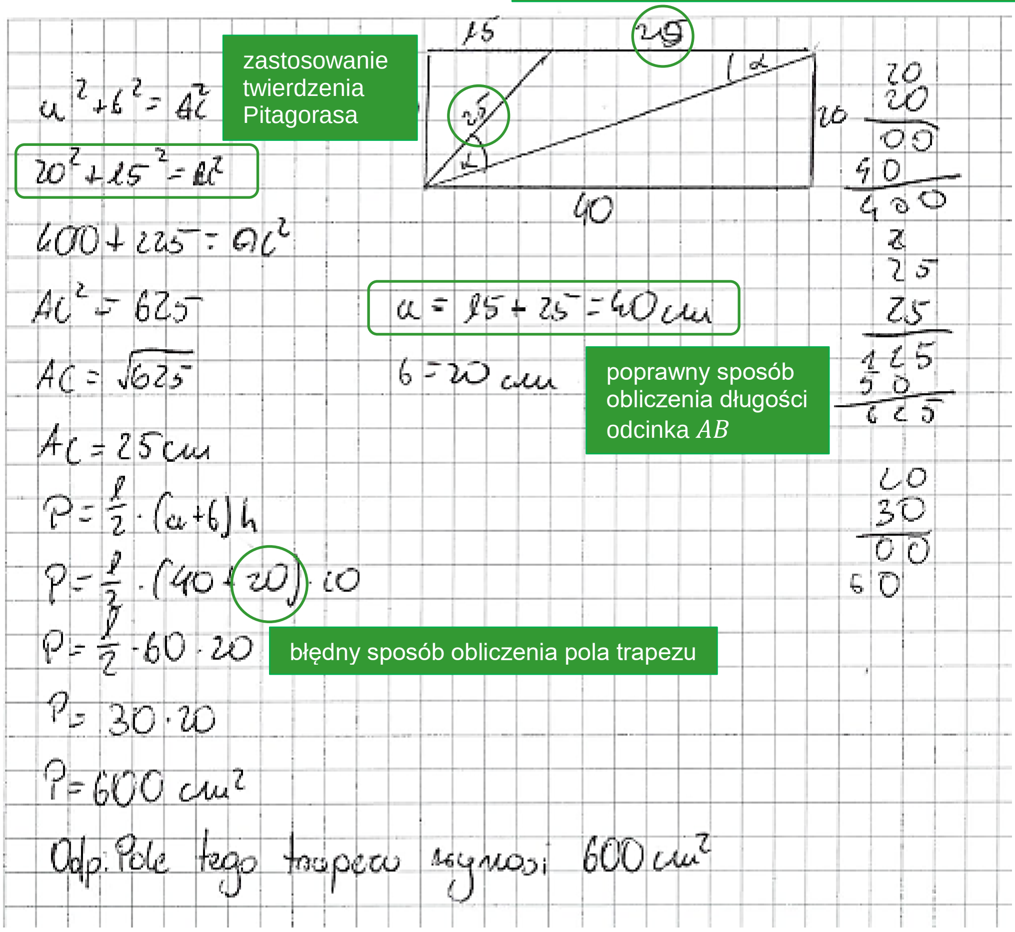
**Przykład 84.**




błędna jednostka pola

Przykład 85. ilustruje rozwiązanie, w którym uczeń wyznaczył długość odcinka $AE$, korzystając z twierdzenia Pitagorasa, skorzystał z równoramienności trójkąta $ACE$ oraz wskazał na rysunku równość odcinków $AE$ i $EC$, a następnie obliczył długość odcinka $AB$. W rozwiązaniu pojawia się również poprawnie zapisany wzór na pole trapezu. W dalszej części rozwiązania zdający podstawił błędną wartość liczbową do wzoru na pole trapezu.

**Przykład 85.**




$a^2+b^2=AC^2$

$\boxed{20^2+15^2=AC^2}$

$400+225=AC^2$

$AC^2=625$

$AC=\sqrt{625}$

$AC=25\text{ cm}$

$\boxed{a=15+25=40\text{ cm}}$

$b=20\text{ cm}$

$P=\frac{1}{2}\cdot(a+b)h$

$P=\frac{1}{2}\cdot(40+20)\cdot 20$

$P=\frac{1}{2}\cdot 60\cdot 20$

$P=30\cdot 20$

$P=600\text{ cm}^2$

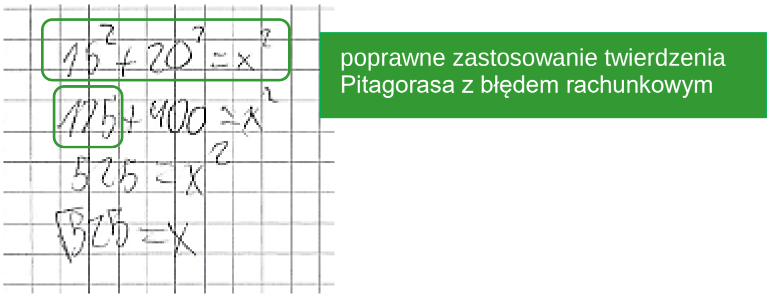
Odp. Pole tego trapezu wynosi $600\text{ cm}^2$

Prawie 19% zdających za rozwiązanie zadania 17. otrzymało 1 punkt. W tej grupie dominują osoby, które swoje rozwiązanie zakończyły na poprawnym zastosowaniu twierdzenia Pitagorasa do obliczenia długości odcinka $AE$. Były również osoby, które zauważyły równość odcinków $AE$ i $EC$, ale nie zauważyły, że długość podstawy $AB$ trapezu jest równa sumie długości odcinków $DE$ i $EC$.

Przykłady od 86. do 88. ilustrują rozwiązania tego zadania ocenione na 1 punkt.

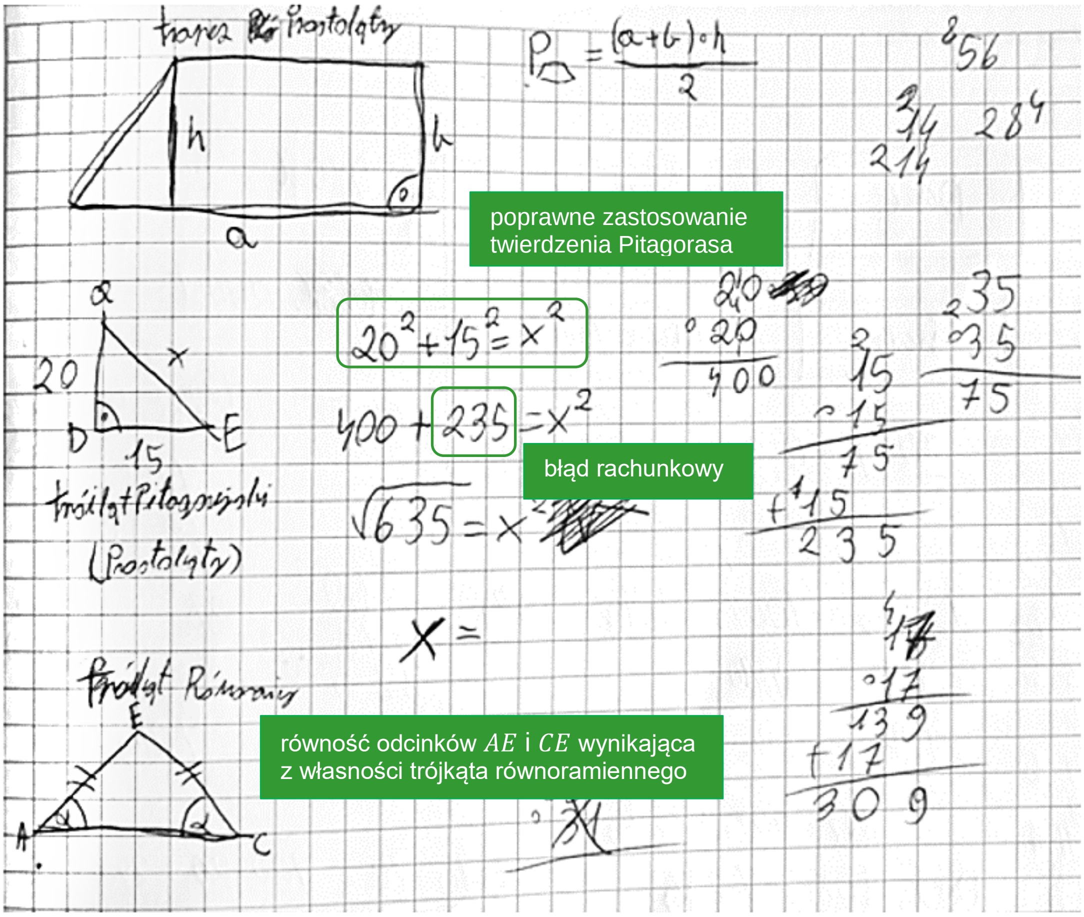
W przykładzie 86. zdający podczas stosowania twierdzenia Pitagorasa popełnił błąd rachunkowy i na tym zakończył rozwiązanie zadania.

**Przykład 86.**



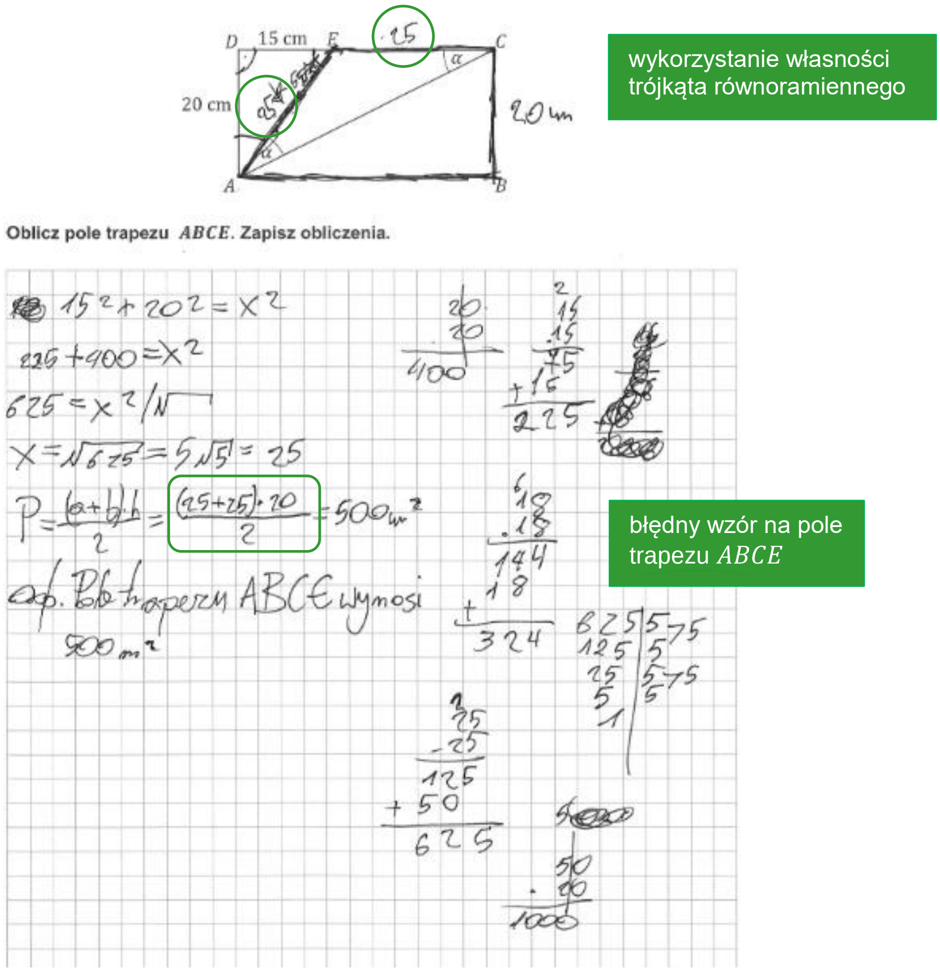

Przykład 87. to rozwiązanie, w którym zdający podczas stosowania twierdzenia Pitagorasa popełnił błąd rachunkowy oraz wykorzystał równoramienność trójkąta $ACE$. Jednak nie uwzględnił zależności między długościami podstaw trapezu oraz nie zastosował wzoru na pole trapezu.

**Przykład 87.**



Przykład 88. to rozwiązanie, w którym zapisany sposób obliczenia pola trapezu wskazuje na brak uwzględnienia zależności między długościami podstaw trapezu.

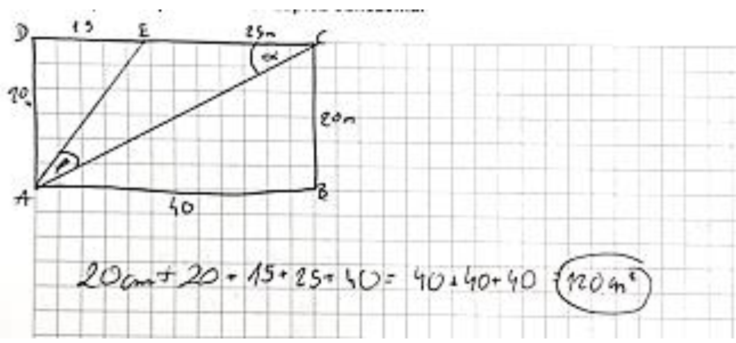
**Przykład 88.**




Ponad 37% tegorocznych ósmoklasistów uzyskało za rozwiązanie tego zadania 0 punktów. Oprócz tych, którzy w ogóle nie podjęli próby rozwiązania zadania byli uczniowie, którzy w swoich rozwiązaniach stosowali błędne metody albo realizowali zupełnie inne polecenia.

Przykład 89. ilustruje rozwiązanie ocenione na 0 punktów. W rozwiązaniu zamieszczonym w tym przykładzie pojawia się liczba $40$ – długość boku $AB$ bez zapisanego sposobu jej wyznaczenia. Ponadto uczeń zamiast obliczyć pole trapezu – obliczył obwód prostokąta i zastosował jednostkę pola.

**Przykład 89.**



## Wnioski i rekomendacje

Łatwość tegorocznego arkusza zastosowanego na egzaminie ósmoklasisty z matematyki wynosi 52%. Poziom wykonania poszczególnych zadań jest zróżnicowany. Dla zadań zamkniętych przyjmuje wartości od 31% do 70%, a dla zadań otwartych od 30% do 52%. Zadania egzaminacyjne sprawdzały umiejętności określone w wymaganiach egzaminacyjnych dla egzaminu ósmoklasisty przeprowadzanego w roku szkolnym 2023/2024.
Były wśród nich: działania na liczbach naturalnych, działania na ułamkach, potęgach, obliczenia procentowe, stosowanie podziału proporcjonalnego, obliczanie średniej arytmetycznej, przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sprawdzano również zagadnienia z zakresu geometrii płaskiej, przestrzennej oraz zagadnienia dotyczące prawdopodobieństwa.

Najłatwiejsze dla uczniów okazały się zadania zamknięte, w których treść sformułowana była w typowy sposób, a problem do rozwiązania nie wymagał wykorzystania umiejętności złożonych (np. zadania 1., 5., 9., 10., 11., 12., 13.).
Największą grupę zadań stanowiły te, które sprawdzały umiejętności z zakresu wykorzystania i tworzenia informacji. Często zadania były osadzone w kontekście praktycznym lub treść wzbogacona była rysunkiem, co ułatwiało zdającym ich rozwiązanie.

Najtrudniejsze do rozwiązania dla ósmoklasistów okazały się zadania wieloetapowe, które wymagały łączenia wiedzy i umiejętności z różnych działów matematyki (zadania 6., 14., 16., 17., 19.). Zadanie 19. z geometrii przestrzennej, które sprawdzało umiejętności z zakresu *wykorzystania i tworzenia reprezentacji* było najtrudniejsze w całym arkuszu. Sprawdzało ono znajomość i umiejętność stosowania oraz przekształcania wzoru na objętość ostrosłupa. Uczniowie mieli problem z interpretacją danych i poprawną ich identyfikacją we wzorze. Równie trudne dla zdających było zadanie 14. – z geometrii płaskiej sprawdzające umiejętności z zakresu *rozumowania i argumentacji*, które wymagało znajomości wzoru na pole trójkąta oraz umiejętności jego przekształcenia. Oba zadania (14. i 19.) wymagały umiejętności tworzenia i przekształcania wyrażeń algebraicznych.

Należy zwrócić uwagę na fakt, iż uczniowie nie radzą sobie z tworzeniem wyrażeń algebraicznych na podstawie danych i informacji zawartych w treści zadania oraz z przekształcaniem wyrażeń algebraicznych. Z analizy rozwiązań uczniowskich wynika, że zdający mają trudności z zapisaniem poprawnego równania wynikającego z treści zadania (zadania 16. i 19.). Problemy pojawiają się również podczas wykonywania działań na wyrażeniach algebraicznych (zadanie 9.) oraz podczas ich przekształcania.
Uczniowie słabo radzą sobie z przekształcaniem wzorów oraz rozwiązywaniem prostych równań (zadania 6., 16., 19.).

Dużym problemem dla uczniów jest także brak sprawności rachunkowej, która jest niezbędna do otrzymywania poprawnych wyników. Uczniowie popełniali błędy rachunkowe na różnych etapach rozwiązania zadania. Wśród piszących byli tacy, którzy popełnili błąd rachunkowy na pierwszym etapie rozwiązania i nie potrafili już kontynuować rozwiązania, ale również tacy, którym błąd popełniony na pierwszym etapie rozwiązania znacznie utrudnił doprowadzenie rozwiązania zadania do końca.

Uczniowie nie radzili sobie również z zastosowaniem poprawnej jednostki w zadaniach z zakresu geometrii.
Zagadnienia, których rozwiązanie sprowadzało się do operowania wyrażeniami arytmetycznymi, były łatwiejsze od tych, które wymagały tworzenia i przekształcania wyrażeń algebraicznych. Ósmoklasiści często, nawet w typowych zadaniach algebraicznych, wybierali arytmetyczne sposoby rozwiązania zadania, stosowali nieformalne zapisy i w ten sposób dążyli do rozwiązania problemu. Na podkreślenie zasługuje fakt, że uczniowie podejmują próby rozwiązania, stosując różne, nieszablonowe metody rozwiązywania problemów.

Ósmoklasiści często nie radzą sobie z rozwiązaniem zadania otwartego, w szczególności nie potrafią zaplanować i poprawnie wykonać ciągu czynności prowadzących do rozwiązania problemu. Szczególnie widać to w zadaniu 18., gdzie do rozwiązania zadania uczeń musiał wykonać szereg obliczeń, a także prawidłowo odczytać informacje zawarte w tabeli będącej integralną częścią zadania.

Zdarzały się błędy wynikające z zastosowania niepoprawnych metod, niedokładnej analizy treści zadania czy też nieuważnego czytania polecenia. W zadaniach zamkniętych uczniowie często nie wracali do pytania postawionego w treści, lecz wskazywali odpowiedź pasującą do pośredniego wyniku otrzymanego w trakcie obliczeń.

Wnioski, które wynikają z analiz jakościowych i ilościowych wyników tegorocznego egzaminu, mogą być pomocne w planowaniu pracy dydaktycznej na kolejny rok. W praktyce szkolnej, zgodnie z wymaganiami podstawy programowej, warto uwzględnić niżej wymienione aktywności.

1. Ćwiczyć i doskonalić sprawność i umiejętności rachunkowe niezbędne do poprawnego rozwiązywania zadań.
2. Dokonywać szczegółowej analizy zadań oraz dzielenia rozwiązań zadań tekstowych na etapy.
3. Zwracać uwagę na dokładną analizę form graficznych zamieszczonych w zadaniach, jak również zachęcać uczniów do wykonywania pomocniczych rysunków, schematów oraz wyróżniania istotnych informacji zawartych w treści zadania.
4. Ćwiczyć umiejętność wprowadzania i stosowania oznaczeń literowych oraz zapisywania wyrażeń algebraicznych na podstawie informacji zawartych w zadaniu.
5. Ćwiczyć umiejętność dostrzegania zależności między informacjami podanymi w zadaniu i zapisywania ich za pomocą równań z jedną niewiadomą.
6. Doskonalić umiejętność rozwiązywania równań, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.
7. Ćwiczyć umiejętność przekształcania prostych wzorów, aby wyznaczyć zadaną wielkość, ze zwróceniem szczególnej uwagi na wzory geometryczne (np. wzory na pola i obwody figur oraz objętości brył).
8. Stwarzać uczniom możliwość rozwiązywania zadań łączących wiedzę z różnych działów matematyki w celu jednoczesnego utrwalenia poznanych już wcześniej zagadnień oraz kształcenia nowych umiejętności. W proponowanych uczniom zadaniach wykorzystywać sytuacje z życia codziennego.
9. Ćwiczyć umiejętności budowania modelu matematycznego dla danego kontekstu, w szczególności na przykładach zadań, które można rozwiązać różnymi sposobami.

10. Ćwiczyć umiejętność rozpoznawania oraz budowania figur geometrycznych zgodnie ze wskazówkami zawartymi w treści zadania ze zwróceniem szczególnej uwagi na bryły.
11. Zwracać uwagę na potrzebę dokonywania refleksji i oceny sensowności otrzymanego wyniku w odniesieniu do rzeczywistości, wyrabiać nawyk sprawdzania otrzymanego wyniku z warunkami zadania.

## Podstawowe informacje o arkuszach dostosowanych

### Opis arkusza dla uczniów z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera

Arkusz dla uczniów z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera z zakresu matematyki (OMAP-200-2405) został przygotowany na podstawie arkusza standardowego OMAP-100-2405, zgodnie z zaleceniami specjalistów. Uczniowie otrzymali arkusze dostosowane pod względem graficznym: wyróżniono informację o numerze każdego zadania i liczbie punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie, zwiększono odstępy między wierszami w tekstach, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. W zadaniach zamkniętych umieszczono informacje o sposobie zaznaczenia właściwych odpowiedzi oraz dodano miejsca na rozwiązanie zadań – brudnopis. W zadaniach otwartych uszczegółowiono polecenia i wskazano miejsca na zapisanie odpowiedzi.

**Wyniki uczniów z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera**

WYKRES 5. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

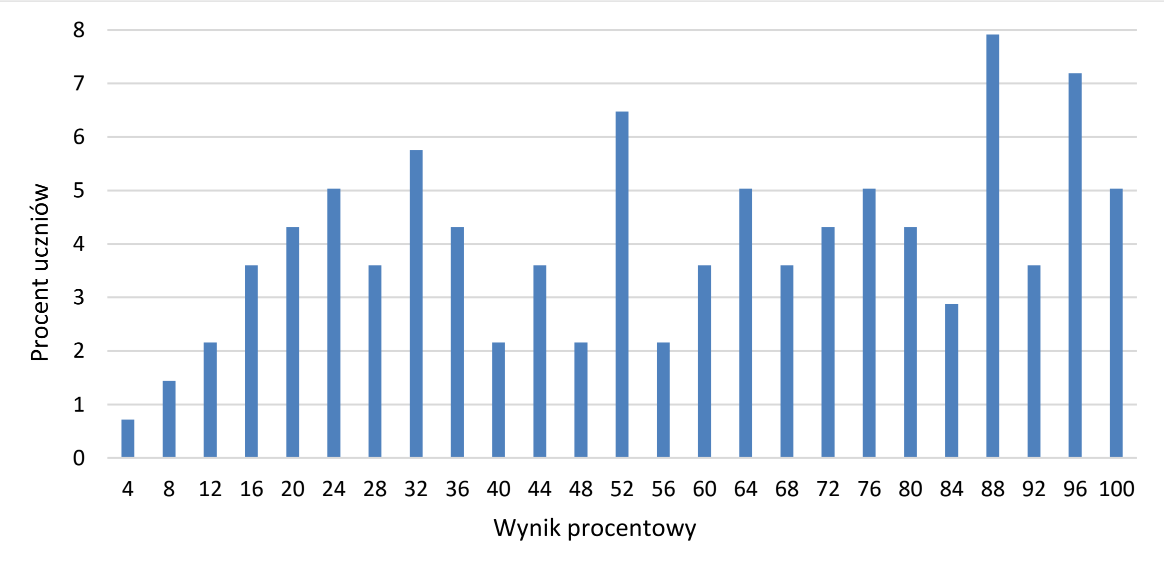



TABELA 12. WYNIKI UCZNIÓW Z AUTYZMEM, W TYM Z ZESPOŁEM ASPERGERA – PARAMETRY STATYSTYCZNE

| Liczba uczniów | Minimum (%) | Maksimum (%) | Mediana (%) | Modalna (%) | Średnia (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 139 | 4 | 100 | 60 | 88 | 58 | 28 |

## Opis arkusza dla uczniów słabowidzących i uczniów niewidomych

Arkusze dla uczniów słabowidzących i uczniów niewidomych z zakresu matematyki (OMAP-400-2405, OMAP-500-2405, OMAP-600-2405) zostały przygotowane na podstawie arkusza OMAP-100-2405, zgodnie z zaleceniami specjalistów pracujących z uczniami z dysfunkcją wzroku. Uczniowie słabowidzący otrzymali arkusze, w których dostosowano wielkość czcionki (odpowiednio Arial 16 pkt i Arial 24 pkt), odstępy między wierszami, zmodyfikowano słownictwo i polecenia w zadaniach, uproszczono i powiększono formy graficzne, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi.
Dla uczniów niewidomych przygotowano arkusz w brajlu.

**Wyniki uczniów słabowidzących i uczniów niewidomych**

WYKRES 6. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

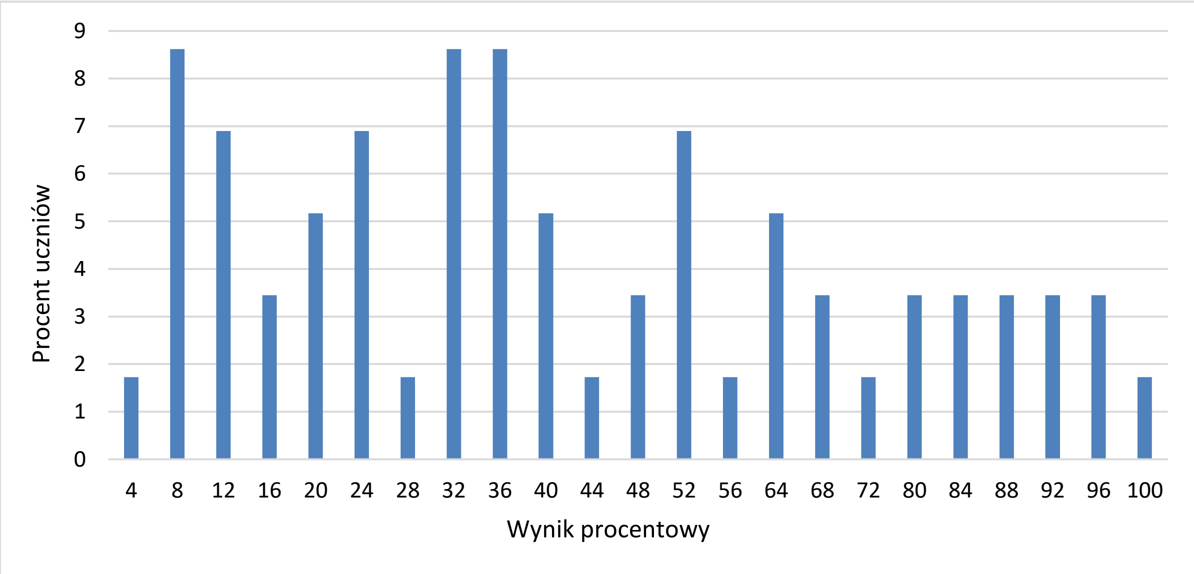



TABELA 13. WYNIKI UCZNIÓW SŁABOWIDZĄCYCH I UCZNIÓW NIEWIDOMYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE

| Liczba uczniów | Minimum (%) | Maksimum (%) | Mediana (%) | Modalna (%) | Średnia (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 58 | 4 | 100 | 36 | 8 | 44 | 28 |

## Opis arkusza dla uczniów słabosłyszących i uczniów niesłyszących

Uczniowie słabosłyszący i uczniowie niesłyszący rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-700-2405, który został przygotowany na podstawie arkusza OMAP-100-2405 i dostosowany do ich dysfunkcji przez specjalistów. Trzony zadań i polecenia uproszczono, ograniczając je do niezbędnych informacji oraz dostosowano słownictwo. Wyróżniono podkreśleniem istotne do rozwiązania zadań informacje, uszczegółowiono opis rysunków.

**Wyniki uczniów słabosłyszących i uczniów niesłyszących**

WYKRES 7. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

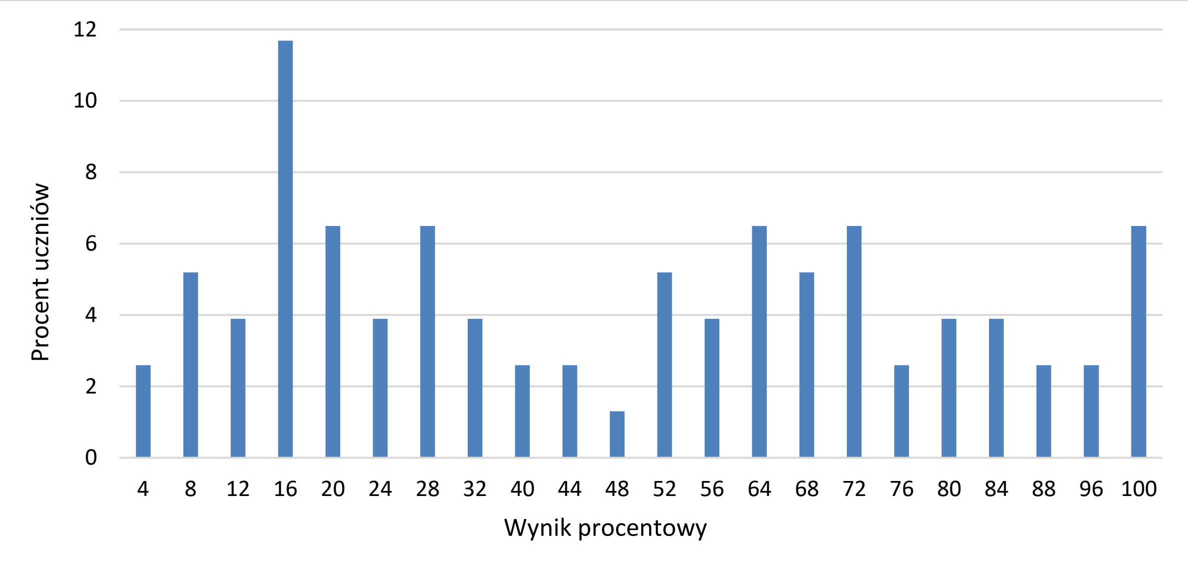



TABELA 14. WYNIKI UCZNIÓW SŁABOSŁYSZĄCYCH I UCZNIÓW NIESŁYSZĄCYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE

| Liczba uczniów | Minimum (%) | Maksimum (%) | Mediana (%) | Modalna (%) | Średnia (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 77 | 4 | 100 | 48 | 16 | 48 | 30 |

# Opis arkusza dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim

Uczniowie z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-800-2405. Arkusz egzaminacyjny zawierał 15 zadań: 10 zamkniętych i 5 otwartych. Wśród zadań zamkniętych były zadania wyboru wielokrotnego i zadania typu prawda-fałsz. Zadania otwarte wymagały od uczniów samodzielnego sformułowania rozwiązania i zapisania odpowiedzi. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 25 punktów (15 punktów za zadania zamknięte i 10 punktów za zadania otwarte). Treści zadań przedstawiono lub dodatkowo zilustrowano za pomocą różnych form graficznych – tabele, rysunki – które ułatwiały udzielenie poprawnych odpowiedzi. Wiele z nich nawiązywało do sytuacji życiowych bliskich uczniowi.

**Wyniki uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim**

WYKRES 8. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

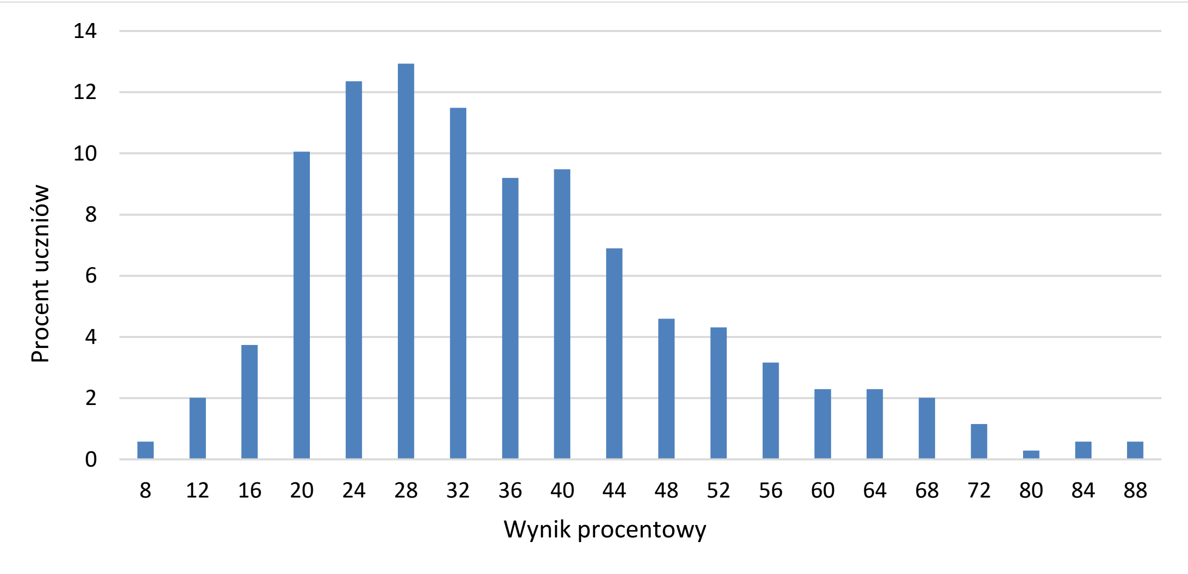



TABELA 15. WYNIKI UCZNIÓW Z NIEPEŁNOSPRAWNOŚCIĄ INTELEKTUALNĄ W STOPNIU LEKKIM – PARAMETRY STATYSTYCZNE

| Liczba uczniów | Minimum (%) | Maksimum (%) | Mediana (%) | Modalna (%) | Średnia (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 348 | 8 | 88 | 32 | 28 | 36 | 15 |

## Opis arkusza dla uczniów z afazją

Uczniowie z afazją rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-900-2405. Arkusz egzaminacyjny zawierał 17 zadań: 12 zamkniętych i 5 otwartych. Wśród zadań zamkniętych było 9 zadań wyboru wielokrotnego i 3 zadania typu prawda-fałsz. Zadania otwarte wymagały od uczniów samodzielnego sformułowania rozwiązania oraz zapisania odpowiedzi. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 25 punktów (15 punktów za zadania zamknięte i 10 punktów za zadania otwarte). Arkusz został dostosowany zgodnie z zaleceniami specjalistów. Uczniowie otrzymali arkusze dostosowane pod względem graficznym: zastosowano czcionkę Arial 14 pkt, każde zadanie umieszczono na osobnej stronie, wyróżniono informację o numerze zadania i liczbie punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie, zwiększono odstępy między wierszami w tekstach i powiększono rysunki, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. Przy każdym zadaniu zamkniętym umieszczono informację o sposobie zaznaczenia właściwej odpowiedzi.

**Wyniki uczniów z afazją**

WYKRES 9. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

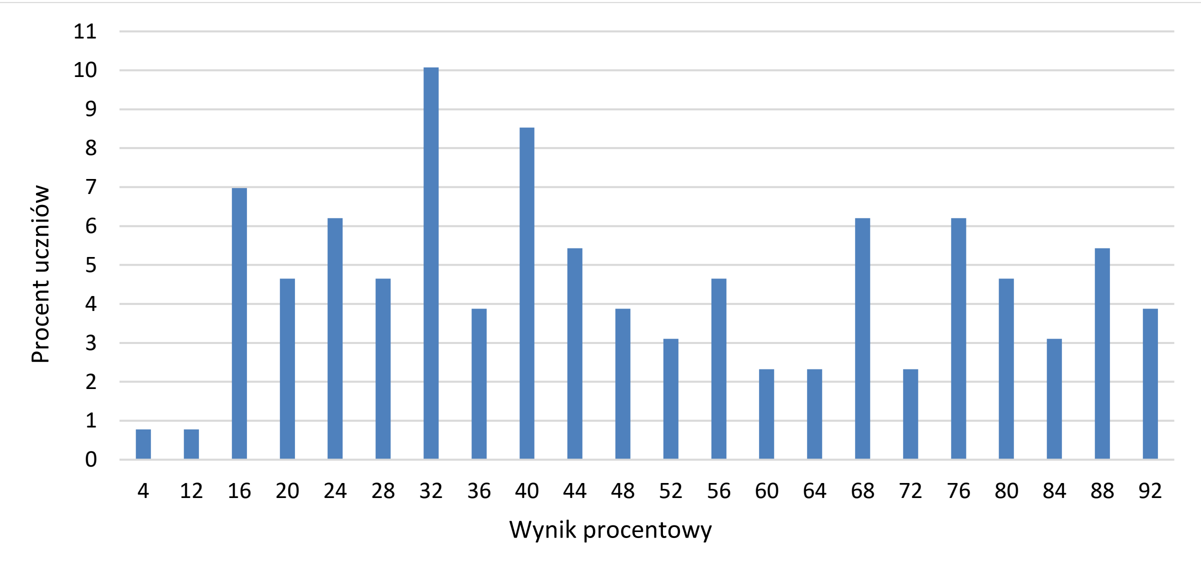



TABELA 16. WYNIKI UCZNIÓW Z AFAZJĄ – PARAMETRY STATYSTYCZNE

| Liczba uczniów | Minimum (%) | Maksimum (%) | Mediana (%) | Modalna (%) | Średnia (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 129 | 4 | 92 | 44 | 32 | 50 | 24 |

## Opis arkusza dla uczniów z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym

Uczniowie z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-Q00-2405. Arkusz egzaminacyjny zawierał 17 zadań: 12 zamkniętych i 5 otwartych. Wśród zadań zamkniętych było 9 zadań wyboru wielokrotnego i 3 typu prawda-fałsz. Zadania otwarte wymagały od uczniów samodzielnego sformułowania rozwiązania oraz zapisania odpowiedzi.
Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 25 punktów (15 punktów za zadania zamknięte i 10 punktów za zadania otwarte). Arkusz został dostosowany zgodnie z zaleceniami specjalistów. Uczniowie otrzymali arkusze dostosowane pod względem graficznym: zastosowano czcionkę Arial 14 pkt, każde zadanie umieszczono na osobnej stronie, wyróżniono informację o numerze zadania i liczbie punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie, zwiększono odstępy między wierszami w tekstach i powiększono rysunki, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. Przy każdym zadaniu zamkniętym umieszczono informację o sposobie zaznaczenia właściwej odpowiedzi.

### Wyniki uczniów z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym

TABELA 17. WYNIKI UCZNIÓW Z NIEPEŁNOSPRAWNOŚCIĄ RUCHOWĄ SPOWODOWANĄ MÓZGOWYM PORAŻENIEM DZIECIĘCYM – PARAMETRY STATYSTYCZNE*

| Liczba uczniów | Minimum (%) | Maksimum (%) | Mediana (%) | Modalna (%) | Średnia (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | - | - | - | - | - | - |

*Parametry statystyczne są podane dla grup liczących 30 lub więcej zdających

## Opis arkusza dla uczniów, o których mowa w art. 94a ust. 1 ustawy (cudzoziemcy)

Uczniowie, o których mowa w art. 94a ust. 1 ustawy (cudzoziemcy), rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-C00-2405. Arkusz ten składał się z 19 zadań: 15 zamkniętych oraz 4 otwartych. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 25 punktów (15 punktów za zadania zamknięte i 10 punktów za zadania otwarte). Arkusz był dostosowany do potrzeb zdających, którym ograniczona znajomość języka polskiego utrudnia zrozumienie czytanego tekstu.

**Wyniki uczniów, o których mowa w art. 94a ust. 1 ustawy (cudzoziemcy)**

WYKRES 10. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

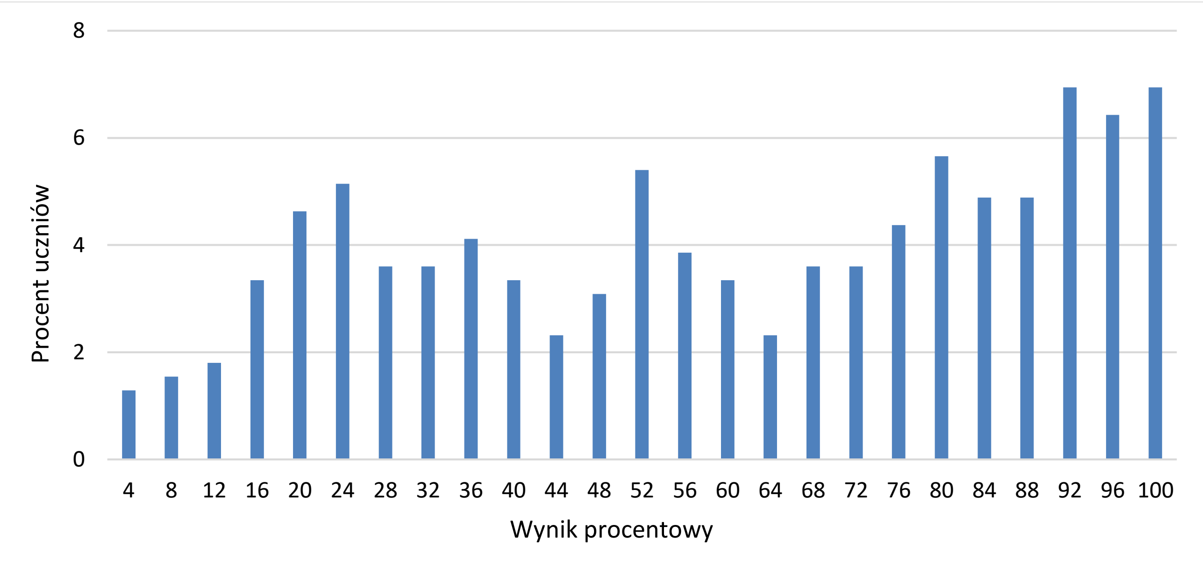



TABELA 18. WYNIKI UCZNIÓW, O KTÓRYCH MOWA W ART.94A UST.1 USTAWY (CUDZOZIEMCY) – PARAMETRY STATYSTYCZNE

| Liczba uczniów | Minimum (%) | Maksimum (%) | Mediana (%) | Modalna (%) | Średnia (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 389 | 4 | 100 | 60 | 92 | 60 | 29 |

## Opis arkusza dla uczniów z zaburzeniem widzenia barw

Arkusz dla uczniów z zaburzeniem widzenia barw z zakresu matematyki (OMAP-K00-2405) został przygotowany na podstawie arkusza standardowego OMAP-100-2405. Zgodnie z zaleceniami specjalistów wszystkie rysunki, ilustracje i elementy graficzne zostały wykonane w odcieniach szarości.

**Wyniki uczniów z zaburzeniem widzenia barw**

TABELA 19. WYNIKI UCZNIÓW Z ZABURZENIEM WIDZENIA BARW – PARAMETRY STATYSTYCZNE*

| Liczba uczniów | Minimum (%) | Maksimum (%) | Mediana (%) | Modalna (%) | Średnia (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | - | - | - | - | - | - |

*Parametry statystyczne są podane dla grup liczących 30 lub więcej zdających

## Opis arkusza dla uczniów obywateli Ukrainy

Uczniowie, obywatele Ukrainy rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAU-C00-2405, przetłumaczone w arkuszu standardowym z języka polskiego na język ukraiński.

**Wyniki uczniów obywateli Ukrainy**

WYKRES 11. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

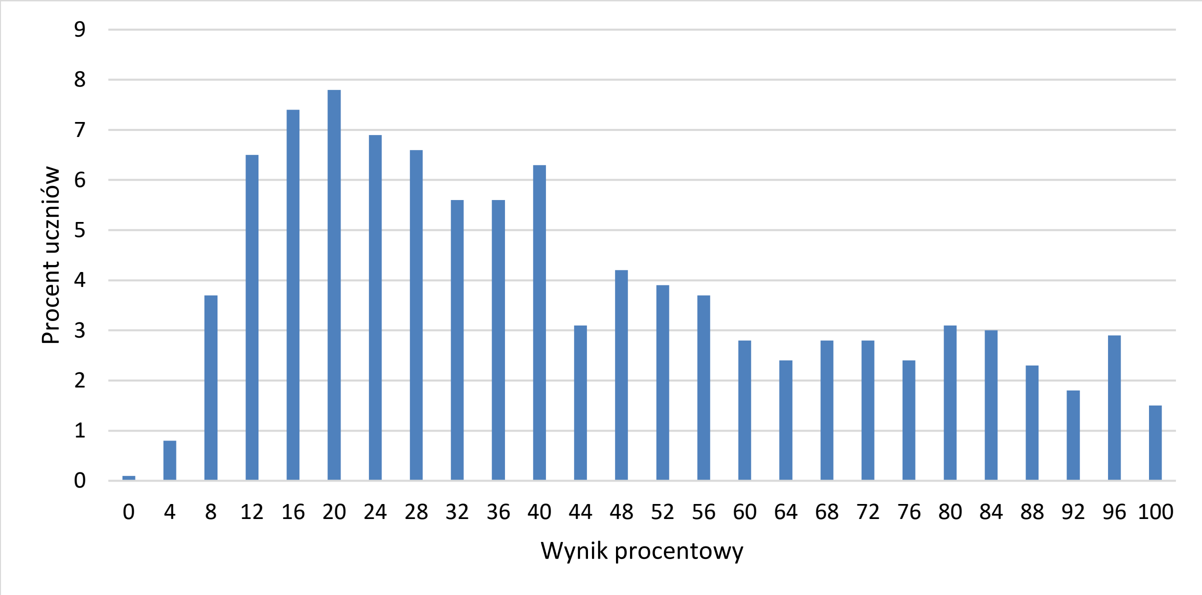



TABELA 20. WYNIKI UCZNIÓW OBYWATELI UKRAINY – PARAMETRY STATYSTYCZNE

| Liczba uczniów | Minimum (%) | Maksimum (%) | Mediana (%) | Modalna (%) | Średnia (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 925 | 0 | 100 | 36 | 20 | 43 | 26 |