INFORMATOR
o egzaminie eksternistycznym z matematyki
z zakresu branżowej szkoły I stopnia

od sesji jesiennej 2022 r.

Centralna Komisja Egzaminacyjna
Warszawa 2020

Zespół redakcyjny:

Edyta Warzecha (CKE)
Grażyna Miłkowska (CKE)
Piotr Ludwikowski (OKE Kraków)
Mariusz Mroczek (CKE)
dr Wioletta Kozak (CKE)
dr Marcin Smolik (CKE)

Recenzenci:

Grażyna Śleszyńska
dr Tomasz Karpowicz (recenzja językowa)

Informator został opracowany przez Centralną Komisję Egzaminacyjną we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi.

Centralna Komisja Egzaminacyjna
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536 65 00
sekretariat@cke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Gdańsku
ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk
tel. 58 320 55 90
komisja@oke.gda.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie
ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
tel. 32 616 33 99
oke@oke.jaworzno.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie
os. Szkolne 37, 31-978 Kraków
tel. 12 683 21 01
oke@oke.krakow.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży
Al. Legionów 9, 18-400 Łomża
tel. 86 473 71 20
sekretariat@oke.lomza.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łodzi
ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź
tel. 42 634 91 33
sekretariat@lodz.oke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu
ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
tel. 61 854 01 60
sekretariat@oke.poznan.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie
Plac Europejski 3, 00-844 Warszawa
tel. 22 457 03 35
info@oke.waw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu
ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław
tel. 71 785 18 94
sekretariat@oke.wroc.pl

Spis treści

1. Opis egzaminu eksternistycznego z matematyki z zakresu branżowej szkoły I stopnia

WSTĘP

Matematyka jest jednym z przedmiotów obowiązkowych na egzaminie eksternistycznym z zakresu branżowej szkoły I stopnia.

Egzamin eksternistyczny z matematyki z zakresu branżowej szkoły I stopnia sprawdza, w jakim stopniu zdający spełnia wymagania określone w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia dla absolwentów ośmioletniej szkoły podstawowej.

Informator prezentuje przykładowy arkusz egzaminacyjny wraz z zasadami oceniania rozwiązań zadań. Stanowi przy tym jedynie ogólną, kierunkową pomoc w planowaniu procesu samokształcenia. Zadania w *Informatorze* nie ilustrują bowiem wszystkich wymagań z zakresu matematyki określonych w podstawie programowej, nie wyczerpują również wszystkich typów zadań, które mogą wystąpić w arkuszu egzaminacyjnym. Tylko realizacja wszystkich wymagań z podstawy programowej, zarówno ogólnych, jak i szczegółowych, może zapewnić właściwe przygotowanie zdającego do egzaminu eksternistycznego.

ZADANIA NA EGZAMINIE

W arkuszu egzaminacyjnym znajdą się zarówno zadania zamknięte, jak i otwarte.

Zadania zamknięte to takie, w których zdający wybiera odpowiedź spośród podanych. Mogą to być:

- zadania wyboru wielokrotnego
- zadania typu prawda-fałsz
- zadania na dobieranie.

Zadania otwarte to takie, w których uczeń samodzielnie formułuje odpowiedź. Przedstawione przez ucznia rozwiązanie zadania musi obrazować tok rozumowania, zawierać niezbędne rachunki, przekształcenia czy wnioski.

Wśród zadań otwartych znajdą się zarówno takie, które będzie można rozwiązać typowym sposobem, jak i takie, które będą wymagały zastosowania niestandardowych metod rozwiązywania. Uczeń będzie musiał, wykorzystując posiadane wiadomości i umiejętności, wymyślić i zrealizować własny plan rozwiązania zadania, który pozwoli mu wykonać polecenie lub udzielić odpowiedzi na pytanie postawione w zadaniu. W niektórych zadaniach uczeń będzie musiał przedstawić uzasadnienie wskazanych zależności.

Wszystkie zadania egzaminacyjne będą sprawdzały poziom opanowania umiejętności opisanych w następujących wymaganiach ogólnych w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia.

I. Sprawność rachunkowa.
Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, wykonywanie działań na wyrażeniach algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy badaniu sytuacji rzeczywistych.

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście matematycznym oraz w formie wykresów, diagramów, tabel.
2. Używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozumowań i uzasadniania wniosków, a także do przedstawiania danych.

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.
2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych.

IV. Rozumowanie i argumentacja.
1. Przeprowadzanie rozumowań, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.
3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, gwarantujących poprawność rozwiązania.
4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań.

Zadania egzaminacyjne będą dotyczyły obszarów tematycznych wymienionych w podstawie programowej. Są nimi:

- Liczby rzeczywiste
- Wyrażenia algebraiczne
- Równania i nierówności
- Układy równań
- Funkcje
- Trygonometria
- Planimetria
- Geometria analityczna
- Stereometria
- Kombinatoryka
- Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

OPIS ARKUSZA EGZAMINACYJNEGO

Egzamin eksternistyczny z matematyki z zakresu branżowej szkoły I stopnia trwa 120 minut[1].

W arkuszu egzaminacyjnym będą występowały wiązki zadań lub pojedyncze zadania. Wiązka zadań może zawierać od dwóch do czterech zadań występujących we wspólnym kontekście. Wiązka zadań może się składać z zadań zamkniętych i zadań otwartych. Niektóre zadania będą wymagały skorzystania z zamieszczonych w arkuszu rysunków, wykresów, diagramów lub tabel.

Liczbę zadań oraz liczbę punktów możliwych do uzyskania za poszczególne rodzaje zadań przedstawiono w poniższej tabeli.

Rodzaj zadania	Liczba zadań	Łączna liczba punktów	Udział w wyniku sumarycznym
zamknięte	18–22	ok. 20	ok. 50%
otwarte	6–10	ok. 20	ok. 50%
RAZEM	**24–32**	**40**	**100%**

ZASADY OCENIANIA

Zadania zamknięte

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadania otwarte

Za w pełni poprawne rozwiązanie zadania otwartego będzie można otrzymać maksymalnie 2, 3 lub 4 punkty. Za każde rozwiązanie, inne niż opisane w zasadach oceniania, można otrzymać maksymalną liczbę punktów, o ile rozwiązanie jest merytorycznie poprawne, zgodne z poleceniem i warunkami zadania.
Zasady oceniania będą opracowywane odrębnie dla każdego zadania.

[1] Czas trwania egzaminu może zostać wydłużony w przypadku zdających ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, w tym niepełnosprawnych. Szczegóły są określane w *Komunikacie dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej w sprawie szczegółowych sposobów dostosowania warunków i form przeprowadzania egzaminu eksternistycznego* dla danej sesji egzaminacyjnej.

MATERIAŁY I PRZYBORY POMOCNICZE NA EGZAMINIE Z MATEMATYKI

Przybory pomocnicze, z których mogą korzystać zdający na egzaminie eksternistycznym z matematyki, to:

- linijka
- cyrkiel
- karta wybranych wzorów matematycznych
- kalkulator prosty.

Szczegółowe informacje dotyczące materiałów i przyborów pomocniczych, z których mogą korzystać zdający na egzaminie eksternistycznym z matematyki (w tym osoby, którym dostosowano warunki przeprowadzania egzaminu), będą ogłaszane w komunikacie dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej.

2. Przykładowy arkusz egzaminacyjny z zasadami oceniania rozwiązań zadań

W *Informatorze* zamieszczono *Przykładowy arkusz egzaminacyjny* oraz *Zasady oceniania rozwiązań zadań*. Przy każdym zadaniu w arkuszu – po numerze zadania – podano maksymalną liczbę punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie. W *Zasadach oceniania rozwiązań zadań* dla każdego zadania podano:

- wymagania ogólne i szczegółowe, które są sprawdzane w tym zadaniu
- zasady oceniania
- poprawne rozwiązanie każdego zadania zamkniętego oraz przykładowe rozwiązanie każdego zadania otwartego.

CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

PESEL *(wypełnia zdający)*	**BMAP–100–22XX**

EGZAMIN EKSTERNISTYCZNY Z MATEMATYKI

BRANŻOWA SZKOŁA I STOPNIA

DATA: **[dzień miesiąc rok]**
CZAS PRACY: **120 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **40**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 12 stron (zadania 1–23). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniach zadań otwartych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku. Pamiętaj o jednostkach.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z karty wybranych wzorów matematycznych, linijki, cyrkla oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie i na karcie punktowania wpisz swój numer PESEL. Na karcie punktowania zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
9. Pamiętaj, że w razie stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań egzaminacyjnych lub zakłócenia prawidłowego przebiegu egzaminu w sposób, który utrudnia pracę pozostałym zdającym, przewodniczący zespołu nadzorującego egzamin przerywa i unieważnia egzamin eksternistyczny.

Życzymy powodzenia!

Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $16-4:\frac{1}{2}$ jest równa

A. 6 **B.** 8 **C.** 14 **D.** 24

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $5^6\cdot4^6\cdot(0{,}05)^6$ jest równa

A. $0{,}1$ **B.** $0{,}5$ **C.** 1 **D.** 10

Zadanie 3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $x^2-4x+1=(2+x)x-6\left(x-\frac{1}{6}\right)$

A. nie ma rozwiązań.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.
C. ma dokładne dwa rozwiązania.
D. ma więcej niż dwa rozwiązania.

Zadanie 4. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a wyrażenie $\left(a-\sqrt{2}\right)^2-\left(a+\sqrt{2}\right)^2$ jest równe

A. $-4\sqrt{2}$ **B.** 0 **C.** $4\cdot a$ **D.** $-4\sqrt{2}\cdot a$

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jednym z rozwiązań nierówności $3-\frac{1}{2}x>5$ jest liczba

A. -5 **B.** -4 **C.** 4 **D.** 5

Zadanie 6. (0–1)

Namiot kosztował 320 złotych. W trakcie powakacyjnej wyprzedaży można było go kupić za 280 złotych. Niech x oznacza procent obniżki ceny tego namiotu.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Powyższą sytuację poprawnie opisuje równanie

A. $\frac{x}{40}=\frac{280}{320}$

B. $\frac{x}{100}=\frac{280}{320}$

C. $\frac{x}{100}\cdot 280=40$

D. $\frac{x}{100}\cdot 320=40$

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Do przedziału $\left(\frac{18}{25},\frac{19}{25}\right)$ należy liczba

A. $\frac{72}{100}$ **B.** $\frac{73}{100}$ **C.** $\frac{76}{100}$ **D.** $\frac{77}{100}$

Zadanie 8. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x-y=6 \end{cases}$ jest para liczb

A. $x=3$ i $y=-1$.

B. $x=\frac{1}{2}$ i $y=3$.

C. $x=\frac{1}{3}$ i $y=-5$.

D. $x=2$ i $y=0$.

Zadanie 9.

Funkcja kwadratowa f określona jest wzorem $f(x)=-2(x+1)(x-2)$.

Zadanie 9.1. (0–1)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wykresem funkcji f jest parabola skierowana ramionami w górę.	**P**	**F**
Wykres funkcji f przecina oś OY w punkcie o współrzędnych $(0,4)$.	**P**	**F**

Zadanie 9.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Postać ogólna wzoru funkcji f to

A. $f(x)=-x^2-x-2$

B. $f(x)=-x^2+x+2$

C. $f(x)=-2x^2-2x-4$

D. $f(x)=-2x^2+2x+4$

Zadanie 9.3. (0–2)

Wyznacz miejsca zerowe funkcji *f*.

Zadanie 10. (0–1)

Zależność między ciśnieniem p (wyrażonym w hPa) powietrza podgrzewanego w zamkniętym naczyniu a temperaturą t (wyrażoną w °C) tego powietrza można opisać za pomocą wzoru $p = 3{,}4 \cdot t + 928{,}71$.

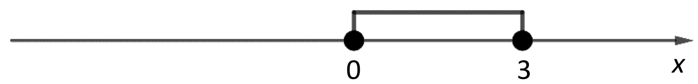
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

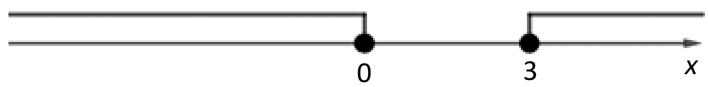
Ciśnienie powietrza wewnątrz tego naczynia będzie równe 1013 hPa wtedy, gdy temperatura tego powietrza będzie równa około

A. $571{,}09$ °C
B. $273{,}15$ °C
C. $80{,}89$ °C
D. $24{,}79$ °C

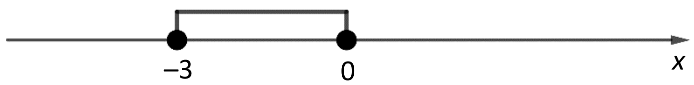
Zadanie 11. (0–1)

Na której osi liczbowej zaznaczono wszystkie liczby spełniające nierówność $x^2 - 3x \leq 0$? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A.


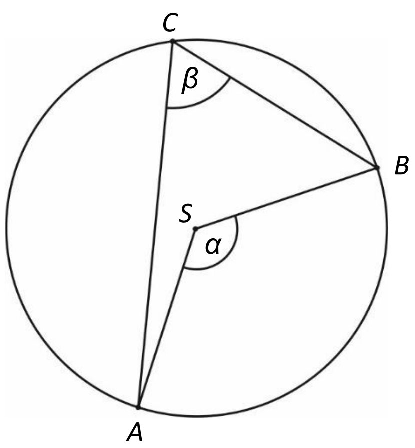
B.


C.


D.


Zadanie 12. (0–1)

Punkty *A*, *B* i *C* leżą na okręgu o środku *S*. Kąt *ASB* ma miarę *α*, natomiast kąt *ACB* ma miarę *β* (zobacz rysunek). Suma miar tych kątów jest równa $\alpha + \beta = 192°$.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Kąty *α* i *β* mają odpowiednio miary

A. $\alpha = 102°$ i $\beta = 90°$
B. $\alpha = 120°$ i $\beta = 72°$
C. $\alpha = 124°$ i $\beta = 62°$
D. $\alpha = 128°$ i $\beta = 64°$

Zadanie 13. (0–1)

W pudełku umieszczono jedną kulę białą i n kul czarnych, gdzie $n>1$. Kule różnią się wyłącznie kolorem. Z tego pudełka losujemy jedną kulę.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosujemy kulę czarną, jest równe

A. $\frac{1}{n}$ **B.** $\frac{1}{n-1}$ **C.** $\frac{n}{n+1}$ **D.** $\frac{n-1}{n+1}$

Zadanie 14. (0–1)

Ania ustawia wszystkie swoje albumy ze zdjęciami na jednej półce, jeden obok drugiego. Obliczyła, że może to zrobić dokładnie na 24 sposoby.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba albumów, które ma Ania, jest równa

A. 4 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 12

Zadanie 15. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Medianą zbioru danych: $2, 3, 3, 4, 6, 7, 7, 7$ jest liczba

A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7

Zadanie 16. (0–1)

Trójkąt równoboczny jest wpisany w okrąg o średnicy równej $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość boku tego trójkąta jest równa

A. $\frac{1}{2}$ **B.** 1 **C.** $\sqrt{3}$ **D.** 2

Zadanie 17. (0–1)

Graniastosłup ma 18 krawędzi.

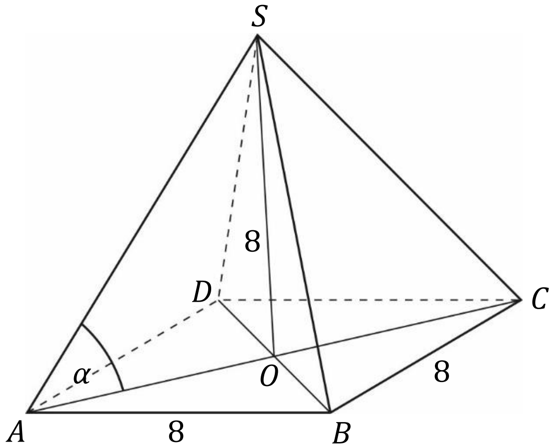
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich ścian tego graniastosłupa jest równa

A. 12 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 18

Zadanie 18.

Na rysunku przedstawiono ostrosłup prawidłowy, w którym krawędzie podstawy mają długość 8, wysokość jest równa 8, a kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy jest równy α.



Wykorzystaj informacje o tym ostrosłupie do rozwiązania zadań 18.1, 18.2 i 18.3.

Zadanie 18.1. (0–1)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Przekątna podstawy tego ostrosłupa ma długość $8\sqrt{2}$.	**P**	**F**
Krawędź boczna tego ostrosłupa jest krótsza od przekątnej podstawy.	**P**	**F**

Zadanie 18.2. (0–1)

Czy sinus kąta nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do jego podstawy jest równy $\frac{\sqrt{6}}{3}$? Wybierz odpowiedź A albo B i jej uzasadnienie spośród 1, 2 albo 3.

<table>
<tr><td rowspan="3">A.</td><td rowspan="3">Tak,</td><td rowspan="6">ponieważ</td><td rowspan="2">1.</td><td rowspan="2">$\frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.</td></tr>
<tr></tr>
<tr><td rowspan="2">2.</td><td rowspan="2">trójkąt ACS jest równoramienny.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">B.</td><td rowspan="3">Nie,</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3.</td><td rowspan="2">$\frac{8}{4\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.</td></tr>
<tr></tr>
</table>

Zadanie 18.3. (0–2)

Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zadanie 19. (0–3)

Miejscem zerowym funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x)=\frac{1}{2}x-(m+2)$ jest liczba 6. Oblicz $f(0)$.

Zadanie 20. (0–3)

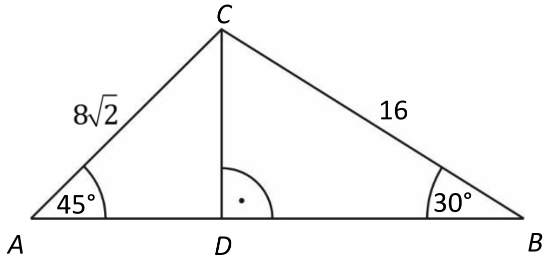
Rozwiąż równanie $x^2 - 2x + 1 = -x^2 + 5x - 2$.

Zadanie 21. (0–3)

Doświadczenie losowe polega na trzykrotnym rzucie symetryczną monetą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia *A*, polegającego na tym, że wypadną dokładnie dwa orły w tych trzech rzutach.

Zadanie 22. (0–3)

W trójkącie *ABC* dane są długości boków $|AC| = 8\sqrt{2}$ oraz $|BC| = 16$, a miary kątów przy wierzchołkach *A* i *B* są równe odpowiednio 45° i 30°. Wysokość *CD* podzieliła bok *AB* na dwa odcinki *AD* oraz *BD* (zobacz rysunek).



Oblicz stosunek $\frac{|AD|}{|BD|}$.

Zadanie 23. (0–4)

Punkty: $A=(4,-1)$, $B=(3,6)$, $C=(-1,3)$ są wierzchołkami trójkąta ABC. Wyznacz równanie prostej zawierającej wysokość trójkąta ABC poprowadzoną z wierzchołka A.

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Zadanie 1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, wykonywanie działań na wyrażeniach algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy badaniu sytuacji rzeczywistych.	I. Liczby rzeczywiste. Uczeń: 1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie) w zbiorze liczb rzeczywistych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, wykonywanie działań na wyrażeniach algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy badaniu sytuacji rzeczywistych.	I. Liczby rzeczywiste. Uczeń: 4) stosuje prawa działań na potęgach i pierwiastkach.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	III. Równania i nierówności. Uczeń: 1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, wykonywanie działań na wyrażeniach algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy badaniu sytuacji rzeczywistych.	II. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, a^2-b^2.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	III. Równania i nierówności. Uczeń: 4) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych.	III. Równania i nierówności. Uczeń: 1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	I. Liczby rzeczywiste. Uczeń: 1) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	IV. Układy równań. Uczeń: 1) rozwiązuje układy równań z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 9.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	V. Funkcje. Uczeń: 7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeżeli istnieje).

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

FP

Zadanie 9.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	V. Funkcje. Uczeń: 7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeżeli istnieje).

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 9.3. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	V. Funkcje. Uczeń: 7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeżeli istnieje).

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne obliczenie miejsc zerowych funkcji f, czyli –1 oraz 2.

1 pkt – poprawna metoda obliczenia miejsc zerowych funkcji f.

0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Miejscem zerowym funkcji jest argument, dla którego funkcja przyjmuje wartość 0, czyli należy rozwiązać równanie $f(x)=0$. Dlatego:

$-2(x+1)(x-2)=0$

$x+1=0$ lub $x-2=0$

$x=-1$ lub $x=2$

Miejscami zerowymi tej funkcji są zatem liczby: –1 i 2.

Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych.	V. Funkcje. Uczeń: 10) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście matematycznym oraz w formie wykresów, diagramów, tabel.	I. Liczby rzeczywiste. Uczeń: 10) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 12. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	VII. Planimetria. Uczeń: 4) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 13. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagane szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych.	XI. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Uczeń: 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym w prostych sytuacjach.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych.	X. Kombinatoryka. Uczeń: 2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 15. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	XI. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Uczeń: oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną oraz znajduje medianę i dominantę.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 16. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	VII. Planimetria. Uczeń: 8) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 17. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.	IX. Stereometria. Uczeń: 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 18.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	IX. Stereometria. Uczeń: 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

PP

Zadanie 18.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	IX. Stereometria. Uczeń: 1) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A3

Zadanie 18.3. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	IX. Stereometria. Uczeń: 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne obliczenie objętości ostrosłupa.
1 pkt – poprawna metoda obliczenia objętości ostrosłupa.
0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Objętość ostrosłupa obliczamy ze wzoru: $V=\frac{1}{3}P_p\cdot H$, gdzie P_p – pole podstawy ostrosłupa, H – wysokość ostrosłupa.

$P_p=8^2$

$P_p=64$

$H=8$

Zatem:

$V=\frac{1}{3}\cdot 64\cdot 8$

$V=\frac{512}{3}=170\frac{2}{3}$

Objętość ostrosłupa jest równa $170\frac{2}{3}$.

Zadanie 19. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	V. Funkcje. Uczeń: 4) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne obliczenie wartości funkcji f dla argumentu 0: $f(0)=-3$.

2 pkt – poprawna metoda obliczenia $f(0)$.

1 pkt – poprawna metoda obliczenia m.

0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Miejscem zerowym funkcji f jest liczba 6, stąd:

$0=\frac{1}{2}\cdot 6-(m+2)$

Przekształcamy otrzymane równanie w sposób równoważny:

$-m-2+3=0$

$m=1$

Wyznaczamy $f(0)=-3$.

Zadanie 20. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	III. Równania i nierówności. Uczeń: 4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne obliczenie obu rozwiązań równania ($x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = 3$).

2 pkt – poprawne obliczenie wyróżnika trójmianu $2x^2 - 7x + 3$: $\Delta = 25$.

1 pkt – poprawne przekształcenie równania do postaci $2x^2 - 7x + 3 = 0$.

0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Przekształcamy dane równanie w sposób równoważny

$x^2 - 2x + 1 = -x^2 + 5x - 2$

$2x^2 - 7x + 3 = 0$

Obliczamy wyróżnik otrzymanego trójmianu kwadratowego:

$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 49 - 24 = 25$

Wyróżnik jest dodatni, zatem równanie ma dwa rozwiązania:

$x_1 = \frac{7 - \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2}$

$x_2 = \frac{7 + \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = 3$

Zadanie 21. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań.	XI. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Uczeń: 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym w prostych sytuacjach.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A: $P(A) = \frac{3}{8}$.

2 pkt – poprawne obliczenie liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A: $|A| = 3$.

1 pkt – poprawne obliczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych (trzycyfrowych ciągów o wyrazach O lub R): $|\Omega| = 8$.

0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Niech O oznacza wypadnięcie orła, R wypadnięcie reszki.
Zdarzeniem elementarnym tego doświadczenia losowego jest trzyelementowy ciąg, którego wyrazy to O lub R.
Wypiszemy wszystkie zdarzenia elementarne tego doświadczenia:

$$\Omega=\left\{\begin{matrix}(O,O,O),(O,O,R),(O,R,O),(R,O,O),\\(O,R,R),(R,O,R),(R,R,O),(R,R,R)\end{matrix}\right\}$$

Otrzymujemy 8 zdarzeń elementarnych, czyli $|\Omega|=8$.

Ponieważ moneta jest symetryczna, prawdopodobieństwa wypadnięcia orła i reszki są jednakowe i równe $\frac{1}{2}$. Stąd wynika, że każde zdarzenie elementarne zachodzi z takim samym prawdopodobieństwem równym $\frac{1}{8}$.

W zapisanym powyżej zbiorze wszystkich zdarzeń elementarnych są dokładnie trzy zdarzenia sprzyjające zdarzeniu A (dokładnie dwa orły w trzech rzutach). Wypiszemy te zdarzenia:

$$A=\{(O,O,R),(O,R,O),(R,O,O)\}$$

Stosujemy klasyczną definicję prawdopodobieństwa i obliczamy szukane prawdopodobieństwo zdarzenia A

$$P(A)=\frac{3}{8}.$$

Zadanie 22. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań.	VII. Planimetria. Uczeń: 9) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne obliczenie stosunku $\frac{|AD|}{|BD|}$: $\frac{|AD|}{|BD|}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

2 pkt – poprawne obliczenie długości odcinka *AD* lub długości odcinka *CD*:

$|AD|=8$ lub $|BD|=8\sqrt{3}$.

1 pkt – poprawna metoda obliczenia długości odcinka *AD* lub długości odcinka *BD*.
0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Trójkąt *ADC* jest prostokątny, dlatego:

$$\frac{|AD|}{|AC|}=\cos 45^\circ$$

$$\frac{|AD|}{8\sqrt{2}}=\cos 45^\circ$$

$$|AD|=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 8\sqrt{2}$$

$$|AD|=8$$

Analogicznie trójkąt *BCD* jest prostokątny, więc:

$$\frac{|BD|}{|BC|}=\cos 30^\circ$$

$$\frac{|BD|}{16}=\cos 30^\circ$$

$$|BD|=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 16$$

$$|BD|=8\sqrt{3}$$

Zatem

$$\frac{|AD|}{|BD|}=\frac{8}{8\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Zadanie 23. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań.	VIII. Geometria analityczna. Uczeń: 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie w postaci kierunkowej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenia przez dwa dane punkty, znany współczynniki kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej).

Zasady oceniania

4 pkt – poprawne wyznaczenie równania szukanej prostej: $y=-\frac{4}{3}x+\frac{13}{3}$.

3 pkt – poprawne wyznaczenie współczynnika kierunkowego prostej, która zawiera wysokość trójkąta *ABC* poprowadzoną z wierzchołka *A*: $m=-\frac{4}{3}$.

2 pkt – poprawne wyznaczenie współczynnika kierunkowego prostej *BC*: $a = \frac{3}{4}$.

1 pkt – poprawna metoda wyznaczenia współczynnika kierunkowego prostej *BC*.
0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie
Wyznaczamy współczynnik kierunkowy równania prostej, na której leżą wierzchołki *B* i *C*

$$\begin{cases} 6 = 3a + b \\ 3 = -a + b \end{cases} \quad / \cdot (-1)$$

$$\begin{cases} 6 = 3a + b \\ -3 = a - b \end{cases} \quad /+$$

$$3 = 4a$$

$$a = \frac{3}{4}$$

Prosta, która zawiera wysokość trójkąta *ABC* poprowadzoną z wierzchołka *A*, ma równanie $y = mx + n$. Ponieważ jest prostopadła do prostej, na której leżą wierzchołki *B* i *C*, wiadomo, że współczynnik kierunkowy tej prostej spełnia warunek:

$$m \cdot a = -1$$

Zatem:

$$m \cdot \frac{3}{4} = -1$$

$$m = -\frac{4}{3}$$

Wierzchołek *A* ma leżeć na szukanej prostej, mamy zatem:

$$-1 = -\frac{4}{3} \cdot 4 + n$$

$$n = -1 + \frac{16}{3}$$

$$n = \frac{13}{3}$$

Szukana prosta ma więc równanie $y = -\frac{4}{3}x + \frac{13}{3}$.