

**INFORMATOR**  
**o egzaminie**  
**eksternistycznym**  
**z matematyki**  
z zakresu  
szkoły podstawowej  
od sesji jesiennej 2019 r.



Centralna Komisja Egzaminacyjna  
Warszawa 2017

Informator został opracowany przez Centralną Komisję Egzaminacyjną we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi.

**Centralna Komisja Egzaminacyjna**

ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa  
tel. 22 536 65 00  
sekretariat@cke.gov.pl

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Gdańsku**

ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk  
tel. 58 320 55 90  
komisja@oke.gda.pl

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie**

ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno  
tel. 32 616 33 99  
oke@oke.jaworzno.pl

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie**

os. Szkolne 37, 31-978 Kraków  
tel. 12 683 21 99  
oke@oke.krakow.pl

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży**

Al. Legionów 9, 18-400 Łomża  
tel. 86 473 71 20  
sekretariat@oke.lomza.pl

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łodzi**

ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź  
tel. 42 634 91 33  
sekretariat@lodz.oke.gov.pl

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu**

ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań  
tel. 61 854 01 60  
sekretariat@oke.poznan.pl

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie**

Plac Europejski 3, 00-844 Warszawa  
tel. 22 457 03 35  
info@oke.waw.pl

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu**

ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław  
tel. 71 785 18 94  
sekretariat@oke.wroc.pl

## Spis treści

<b>1.</b>	Opis egzaminu eksternistycznego z matematyki .....	<b>5</b>
	Wstęp .....	<b>5</b>
	Zadania na egzaminie .....	<b>5</b>
	Opis arkusza egzaminacyjnego .....	<b>7</b>
	Zasady oceniania .....	<b>7</b>
	Materiały i przybory pomocnicze .....	<b>9</b>
<b>2.</b>	Przykładowy arkusz egzaminacyjny z zasadami oceniania rozwiązań zadań .....	<b>10</b>

- 4** *Informator o egzaminie eksternistycznym z matematyki z zakresu szkoły podstawowej od sesji jesiennej 2019 r.*

# 1.

## Opis egzaminu eksternistycznego z matematyki z zakresu szkoły podstawowej

### WSTĘP

Matematyka jest jednym z przedmiotów obowiązkowych na egzaminie eksternistycznym z zakresu szkoły podstawowej.

Egzamin eksternistyczny z matematyki z zakresu szkoły podstawowej sprawdza, w jakim stopniu zdający spełnia wymagania określone w [podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej](#).

*Informator* prezentuje przykładowy arkusz egzaminacyjny wraz z zasadami oceniania rozwiązań zadań. Stanowi przy tym jedynie ogólną, kierunkową pomoc w planowaniu procesu samokształcenia. Zadania w *Informatorze* nie ilustrują wszystkich wymagań z zakresu matematyki określonych w podstawie programowej, nie wyczerpują również wszystkich typów zadań, które mogą wystąpić w arkuszu egzaminacyjnym. Tylko realizacja wszystkich wymagań z podstawy programowej, zarówno ogólnych, jak i szczegółowych, może zapewnić właściwe przygotowanie zdającego do egzaminu eksternistycznego.

### ZADANIA NA EGZAMINIE

W arkuszu egzaminacyjnym znajdują się zarówno zadania zamknięte, jak i otwarte.

Zadania zamknięte to takie, w których zdający wybiera odpowiedź spośród podanych. Wśród zadań zamkniętych znajdują się m.in.:

- zadania wyboru wielokrotnego
- zadania typu prawda – fałsz
- zadania na dobieranie.

Zadania otwarte to takie, w których zdający samodzielnie formułuje odpowiedź. Wśród zadań otwartych znajdują się m.in.:

- zadania z luką, wymagające uzupełnienia zdania albo zapisania odpowiedzi jednym lub kilkoma wyrazami, symbolami lub wyrażeniami matematycznymi określającymi własności obiektów matematycznych, w tym wykonania lub uzupełnienia wykresu, zależności, diagramu, tabeli
- zadania krótkiej odpowiedzi, wymagające wykonania prostego obliczenia lub bezpośredniego zapisania rozwiązania albo zapisania przeprowadzonego rozumowania lub obliczenia – zwykle w dwóch lub trzech etapach
- zadania rozszerzonej odpowiedzi, wymagające utworzenia strategii rozwiązania problemu matematycznego i przedstawienia jej realizacji.

Przedstawione przez zdającego rozwiązanie zadania otwartego, w którym zdający m.in. oblicza, wyznacza, wyprowadza, uzasadnia, wykazuje, musi prezentować pełny tok rozumowania, uwzględniać warunki zadania, a także odwoływać się do twierdzeń matematycznych i własności odpowiednich obiektów matematycznych.

Wszystkie zadania egzaminacyjne będą sprawdzały poziom opanowania umiejętności określonych w następujących wymaganiach ogólnych w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej (w nawiasach zapisano numery celów kształcenia z podstawy programowej):

- sprawność rachunkowa (I)
- wykorzystanie i tworzenie informacji (II)
- wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji (III)
- rozumowanie i argumentacja (IV).

Zadania egzaminacyjne będą dotyczyły obszarów tematycznych matematyki wymienionych w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla II etapu edukacyjnego. Są to:

#### KLASY IV–VI

- I. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym
- II. Działania na liczbach naturalnych
- III. Liczby całkowite
- IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne
- V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych
- VI. Elementy algebry
- VII. Proste i odcinki
- VIII. Kąty
- IX. Wielokąty, koła i okręgi
- X. Bryły
- XI. Obliczenia w geometrii
- XII. Obliczenia praktyczne
- XIII. Elementy statystyki opisowej
- XIV. Zadania tekstowe

#### KLASY VII i VIII

- I. Potęgi o podstawach wymiernych
- II. Pierwiastki
- III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi
- IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich
- V. Obliczenia procentowe
- VI. Równania z jedną niewiadomą
- VII. Proporcjonalność prosta
- VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie
- IX. Wielokąty
- X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie
- XI. Geometria przestrzenna
- XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa
- XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej
- XIV. Długość okręgu i pole koła
- XV. Symetrie
- XVI. Zaawansowane metody zliczania
- XVII. Rachunek prawdopodobieństwa

## OPIS ARKUSZA EGZAMINACYJNEGO

Egzamin eksternistyczny z matematyki trwa **120 minut**<sup>1</sup>.

W arkuszu egzaminacyjnym będą występowały pojedyncze zadania lub wiązki zadań. Wiązka zadań może zawierać od dwóch do czterech zadań występujących we wspólnym kontekście. Wiązka zadań może się składać z zadań zamkniętych i zadań otwartych. Niektóre zadania będą wymagały skorzystania z zamieszczonych w arkuszu rysunków, wykresów, diagramów lub tabel.

Liczbę zadań oraz liczbę punktów możliwych do uzyskania za poszczególne rodzaje zadań przedstawiono w poniższej tabeli.

Rodzaj zadania	Liczba zadań	Łączna liczba punktów	Udział w wyniku sumarycznym
zamknięte	17–22	ok. 20	ok. 50%
otwarte	6–10	ok. 20	ok. 50%
<b>RAZEM</b>	<b>23–32</b>	<b>40</b>	<b>100%</b>

Zdający rozwiązuje zadania bezpośrednio w arkuszu egzaminacyjnym.

## ZASADY OCENIANIA

### Zadania zamknięte

Zadania zamknięte są oceniane – w zależności od maksymalnej liczby punktów, jaką można uzyskać za rozwiązanie danego zadania – zgodnie z poniższymi zasadami:

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

*ALBO*

2 pkt – odpowiedź całkowicie poprawna.

1 pkt – odpowiedź częściowo poprawna lub odpowiedź niepełna.

0 pkt – odpowiedź całkowicie niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### Zadania otwarte

Za w pełni poprawne rozwiązanie zadania otwartego będzie można otrzymać maksymalnie 1, 2, 3 lub 4 punkty. Za każde rozwiązanie inne niż opisane w zasadach oceniania można otrzymać maksymalną liczbę punktów, o ile rozwiązanie jest merytorycznie poprawne, zgodne z poleceniem i warunkami zadania.

<sup>1</sup> Czas trwania egzaminu może zostać wydłużony w przypadku zdających ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, w tym niepełnosprawnymi. Szczegóły są określone w *Komunikacie dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej w sprawie szczegółowych sposobów dostosowania warunków i form przeprowadzania egzaminu eksternistycznego dla danej sesji egzaminacyjnej*.

Zadania otwarte są oceniane – w zależności od maksymalnej liczby punktów, jaką można uzyskać za rozwiązanie danego zadania – zgodnie z poniższymi zasadami:

#### *Zadania otwarte z luką*

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 1 pkt:
  - 1 pkt – rozwiązanie poprawne.
  - 0 pkt – rozwiązanie niepełne lub niepoprawne albo brak rozwiązania.
- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 2 pkt:
  - 2 pkt – rozwiązanie całkowicie poprawne.
  - 1 pkt – rozwiązanie częściowo poprawne lub rozwiązanie niepełne.
  - 0 pkt – rozwiązanie całkowicie niepoprawne albo brak rozwiązania.

#### *Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi*

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 1 pkt:
  - 1 pkt – rozwiązanie poprawne.
  - 0 pkt – rozwiązanie niepełne lub niepoprawne albo brak rozwiązania.
- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 2 pkt:
  - 2 pkt – rozwiązanie poprawne.
  - 1 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie zostało doprowadzone poprawnie do końcowej postaci.
  - 0 pkt – rozwiązanie, w którym nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, albo brak rozwiązania.
- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 3 pkt:
  - 3 pkt – rozwiązanie poprawne.
  - 2 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie zostało doprowadzone poprawnie do końcowej postaci.
  - 1 pkt – rozwiązanie, w którym dokonany został istotny postęp, ale nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania.
  - 0 pkt – rozwiązanie, w którym nie ma istotnego postępu, albo brak rozwiązania.

#### *Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi*

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 4 pkt:
  - 4 pkt – rozwiązanie poprawne.
  - 3 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie zostało doprowadzone poprawnie do końcowej postaci.
  - 2 pkt – rozwiązanie, w którym został dokonany istotny postęp, ale nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania.
  - 1 pkt – rozwiązanie, w którym został dokonany niewielki postęp, ale konieczny do rozwiązania zadania.
  - 0 pkt – rozwiązanie, w którym nie ma niewielkiego postępu, albo brak rozwiązania.



Etapy rozwiązania dla każdego zadania (niewielki postęp, istotny postęp, zasadnicze trudności zadania) będą opisane w zasadach oceniania dla danego zadania. Ponadto dla różnych sposobów rozwiązania danego zadania te same etapy będą opisywały w zasadach oceniania jakościowo równoważny postęp na drodze do rozwiązania zadania.

## **MATERIAŁY I PRZYBORY POMOCNICZE NA EGZAMINIE Z MATEMATYKI**

Przybory pomocnicze, z których mogą korzystać zdający na egzaminie eksternistycznym z matematyki, to:

- linijka
- cyrkiel
- kalkulator prosty\*
- *Zestaw wybranych wzorów matematycznych.*

\* Kalkulator prosty – jest to kalkulator, który umożliwi wykonywanie tylko dodawania, odejmowania, mnożenia, dzielenia, ewentualnie obliczanie procentów lub pierwiastków kwadratowych z liczb.

Szczegółowe informacje dotyczące materiałów i przyborów pomocniczych, z których mogą korzystać zdający na egzaminie eksternistycznym z matematyki (w tym osoby, którym dostosowano warunki przeprowadzania egzaminu), będą ogłaszane w komunikacie dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej.

## 2.

### Przykładowy arkusz egzaminacyjny z zasadami oceniania rozwiązań zadań

W *Informatorze* zamieszczono *Przykładowy arkusz egzaminacyjny* oraz *Zasady oceniania rozwiązań zadań*. Przy każdym zadaniu w arkuszu – po numerze zadania – podano maksymalną liczbę punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie. W *Zasadach oceniania rozwiązań zadań* dla każdego zadania podano:

- wymagania ogólne i szczegółowe, które są sprawdzane w tym zadaniu
- zasady oceniania
- poprawne rozwiązanie każdego zadania zamkniętego oraz przykładowe rozwiązanie każdego zadania otwartego.



Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

<b>PESEL (wypełnia zdający)</b> <table border="1" style="margin: 10px auto;"><tr><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td></tr></table>											<b>PMAP-100-22XX</b>

# EGZAMIN EKSTERNISTYCZNY Z MATEMATYKI

## SZKOŁA PODSTAWOWA

DATA: [dzień miesiąc rok]

CZAS PRACY: **120 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **40**

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1–26).  
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniach zadań otwartych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku oraz pamiętaj o jednostkach.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z *Zestawu wybranych wzorów matematycznych*, linijki, cyrkla oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie i na karcie punktowania w wyznaczonych miejscach wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
9. Pamiętaj, że w razie stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań egzaminacyjnych lub zakłócenia prawidłowego przebiegu egzaminu w sposób, który utrudnia pracę pozostałym osobom zdającym, przewodniczący zespołu nadzorującego przerywa i unieważnia egzamin eksternistyczny.

***Życzymy powodzenia!***

**Zadanie 1. (0–1)**

Jeden z etapów rajdu rowerowego ma długość 24 km, co stanowi  $\frac{2}{5}$  długości całej trasy.

**Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Długość całej trasy tego rajdu jest równa

- A. 36 km                      B. 48 km                      C. 60 km                      D. 120 km

**Zadanie 2. (0–1)**

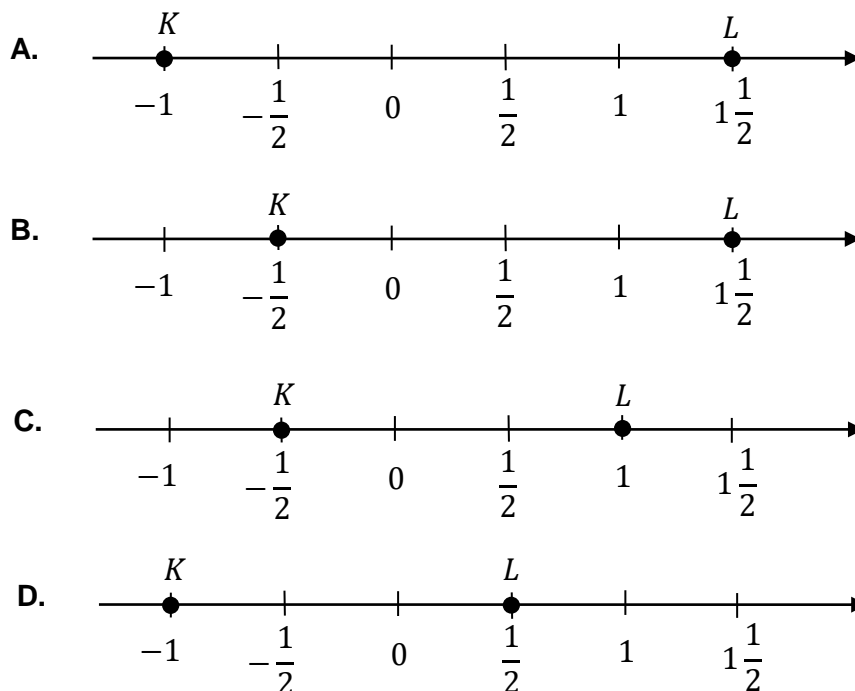
Dane są cztery liczby: 329, 369, 640, 675.

**Która z tych liczb jest podzielna przez 5 i przez 9? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

- A. 329                      B. 369                      C. 640                      D. 675

**Zadanie 3. (0–1)**

**Na której osi liczbowej odległość między zaznaczonymi punktami  $K$  i  $L$  jest równa 2? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**



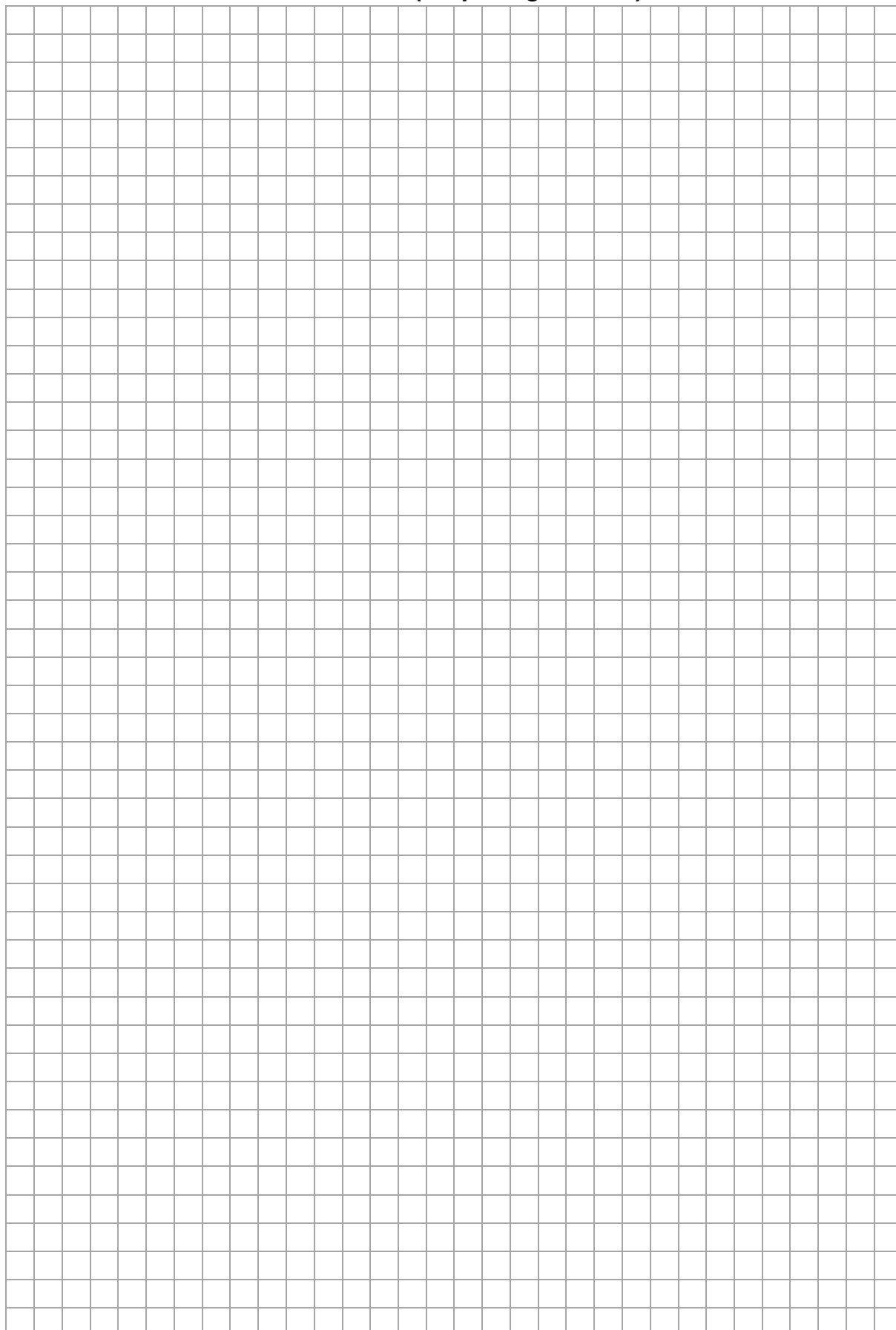
**Zadanie 4. (0–1)**

**Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wartość wyrażenia  $(0,08)^2$  jest równa

- A. 0,16                      B. 0,64                      C. 0,0016                      D. 0,0064

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**



### Zadanie 5. (0–1)

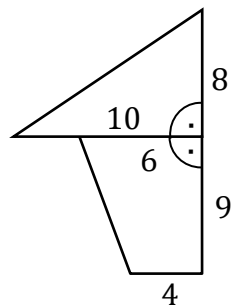
Janek przejechał na rowerze 12 km w ciągu 36 minut.

**W jakim czasie pokona następne 30 km, jeśli nadal będzie jechał z taką samą prędkością? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

- A. 126 minut      B. 108 minut      C. 90 minut      D. 80 minut

### Zadanie 6. (0–1)

Na rysunku przedstawiono figurę złożoną z trójkąta i trapezu oraz podano niektóre ich wymiary.



**Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Pole całej figury jest równe

- A. 85      B. 116      C. 125      D. 148

### Zadanie 7. (0–1)

Z kawałka drutu o długości 240 cm zbudowano szkielet ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego, w którym krawędź podstawy ma długość 10 cm.

**Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Krawędź boczna tego ostrosłupa ma długość

- A. 20 cm      B. 24 cm      C. 30 cm      D. 40 cm

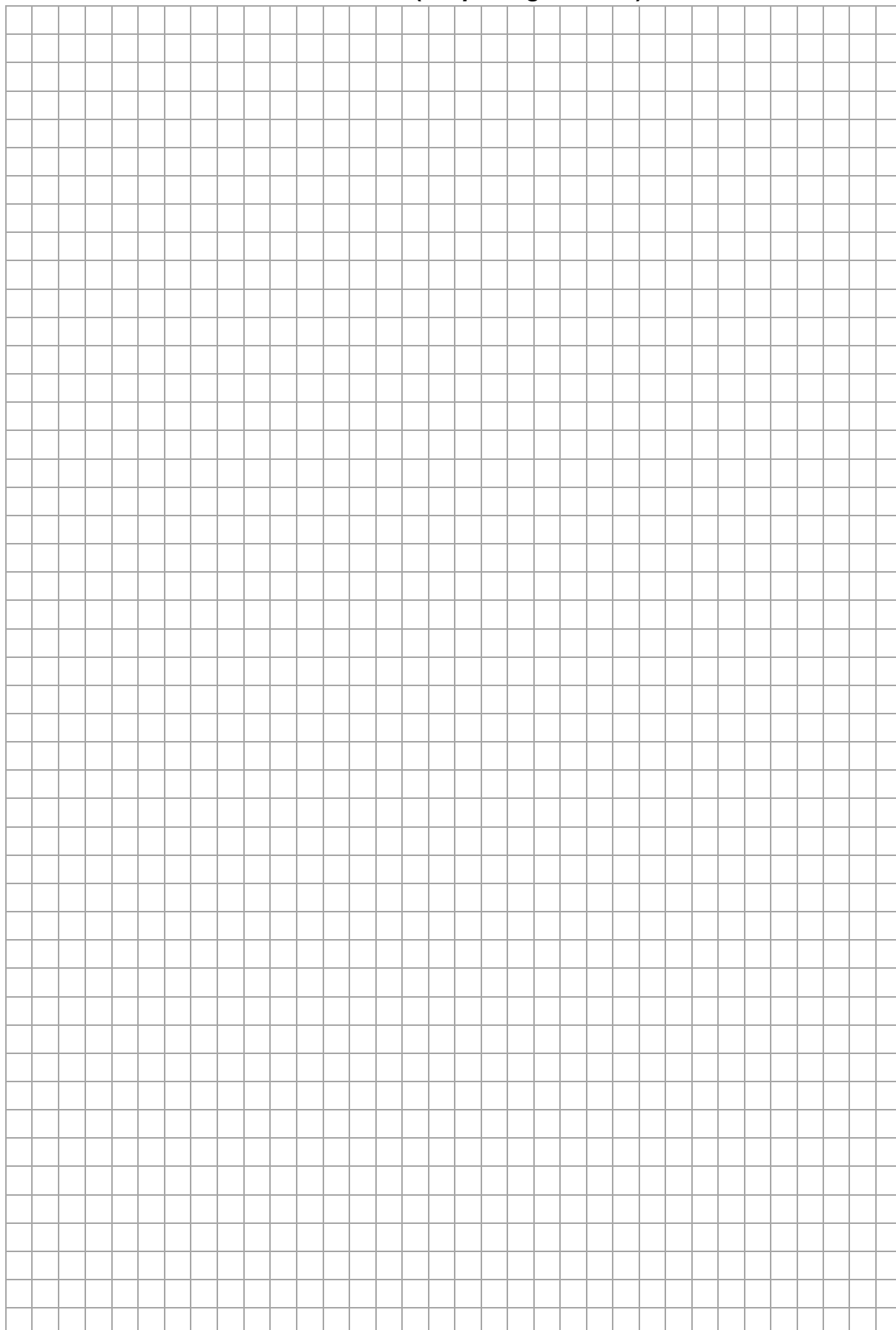
### Zadanie 8. (0–1)

**Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Pole koła o promieniu  $\sqrt{3}$  cm jest równe

- A.  $2\sqrt{3}\pi$  cm<sup>2</sup>      B.  $3\pi$  cm<sup>2</sup>      C.  $4\sqrt{3}\pi$  cm<sup>2</sup>      D.  $12\pi$  cm<sup>2</sup>

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**



**Zadanie 9. (0–1)**

Dane jest wyrażenie  $4m - n$ .

**Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Dla  $m = 1,5$  i  $n = 0,5$  wartość liczbową tego wyrażenia jest równa

- A. 0,5                      B. 3,5                      C. 5,5                      D. 6,5

**Zadanie 10. (0–1)**

**Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

Wyrażenie $2(3x - 1) - (x - 1) + 4$ jest równe wyrażeniu $5x + 1$ .	<b>P</b>	<b>F</b>
Wyrażenie $a(4a - b) - b(3b - a)$ jest równe wyrażeniu $4a^2 - 3b^2$ .	<b>P</b>	<b>F</b>

**Zadanie 11. (0–1)**

Działka w kształcie prostokąta ma wymiary  $40 \text{ m} \times 50 \text{ m}$ .

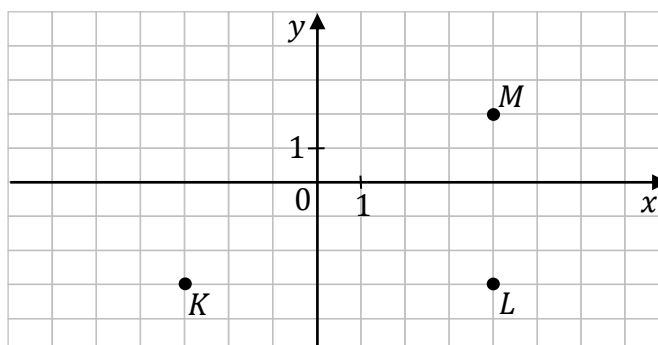
**Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Prostokąt będący odwzorowaniem działki na planie wykonanym w skali  $1 : 500$  ma wymiary

- A.  $4 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$                       B.  $0,4 \text{ cm} \times 0,5 \text{ cm}$                       C.  $8 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$                       D.  $0,8 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$

**Zadanie 12. (0–1)**

W układzie współrzędnych  $(x, y)$  zaznaczono punkty  $K$ ,  $L$ ,  $M$ .



**Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Punkt  $L$  ma współrzędne

- A.  $(-3, -3)$                       B.  $(4, -3)$                       C.  $(3, 4)$                       D.  $(4, 2)$



**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**



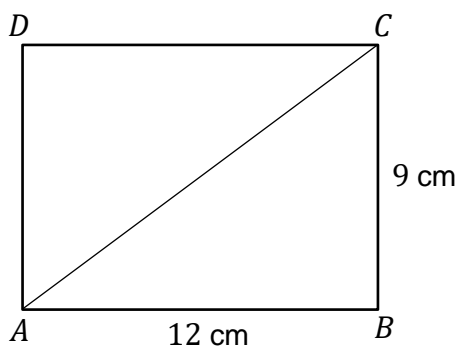
**Zadanie 13. (0–1)**

Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Każdy czworokąt, którego wszystkie boki mają tę samą długość, jest kwadratem.	P	F
Każdy czworokąt, którego wszystkie kąty mają tę samą miarę, jest kwadratem.	P	F

**Zadanie 14. (0–1)**

Czworokąt  $ABCD$  jest prostokątem, w którym  $|AB| = 12$  cm oraz  $|BC| = 9$  cm (zobacz rysunek).



Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Długość przekątnej $BD$ tego prostokąta jest równa 15 cm.	P	F
Pole trójkąta $ABC$ jest równe $54$ cm <sup>2</sup> .	P	F

**Zadanie 15. (0–1)**

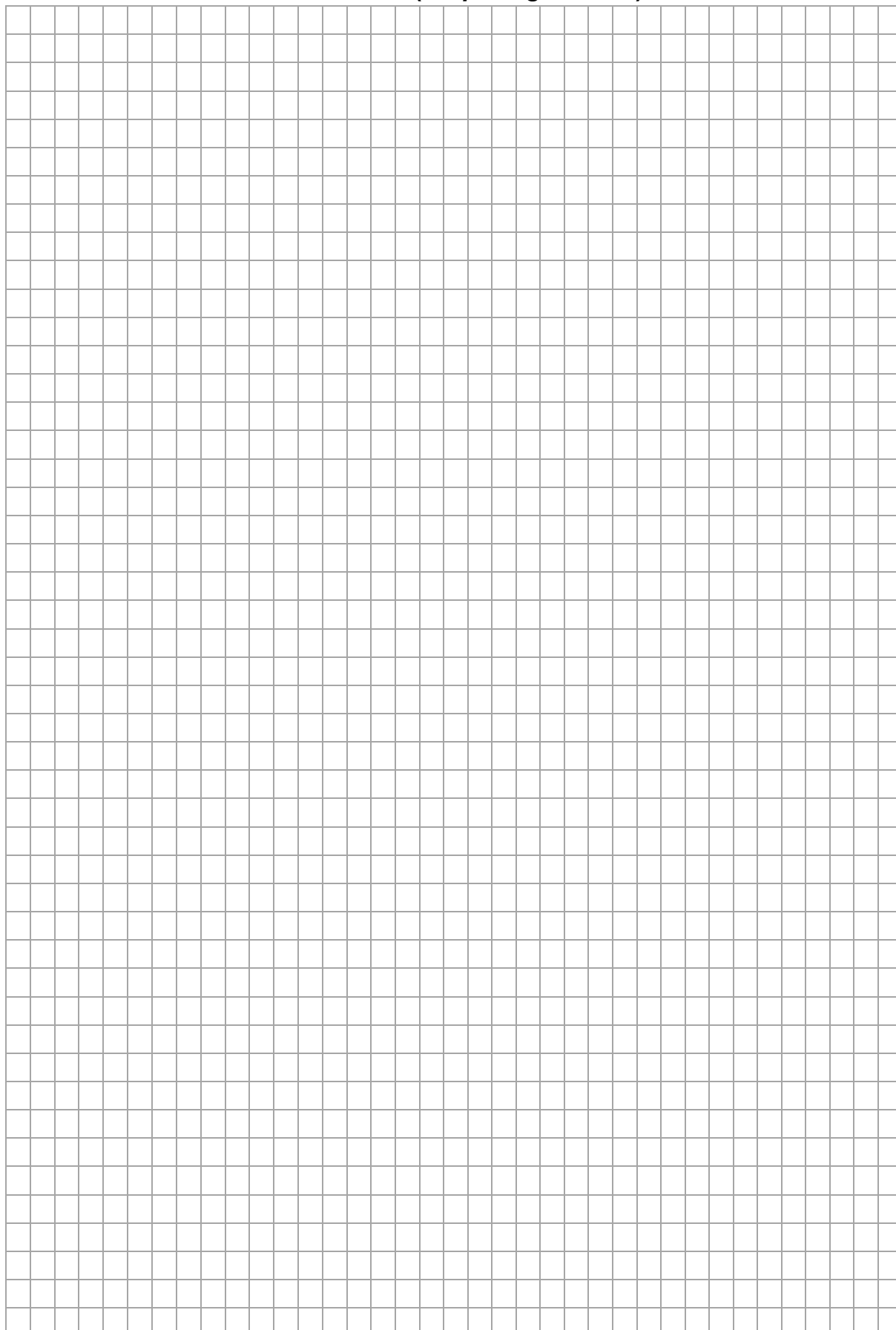
Objętość sześcianu jest równa  $64$  cm<sup>3</sup>.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni jednej ściany tego sześcianu jest równe

- A.  $4$  cm<sup>2</sup>                      B.  $8$  cm<sup>2</sup>                      C.  $16$  cm<sup>2</sup>                      D.  $32$  cm<sup>2</sup>

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**



**Zadanie 16. (0–1)**

W koszu jest 60 piłek, w tym 20 piłek w kolorze czerwonym i 30 piłek w kolorze niebieskim. Pozostałe piłki są żółte. Z kosza wyjmujemy losowo jedną piłkę.

**Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Prawdopodobieństwo wyjęcia piłki w kolorze żółtym jest równe

- A.  $\frac{1}{6}$                       B.  $\frac{1}{5}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{1}{2}$

**Zadanie 17. (0–1)**

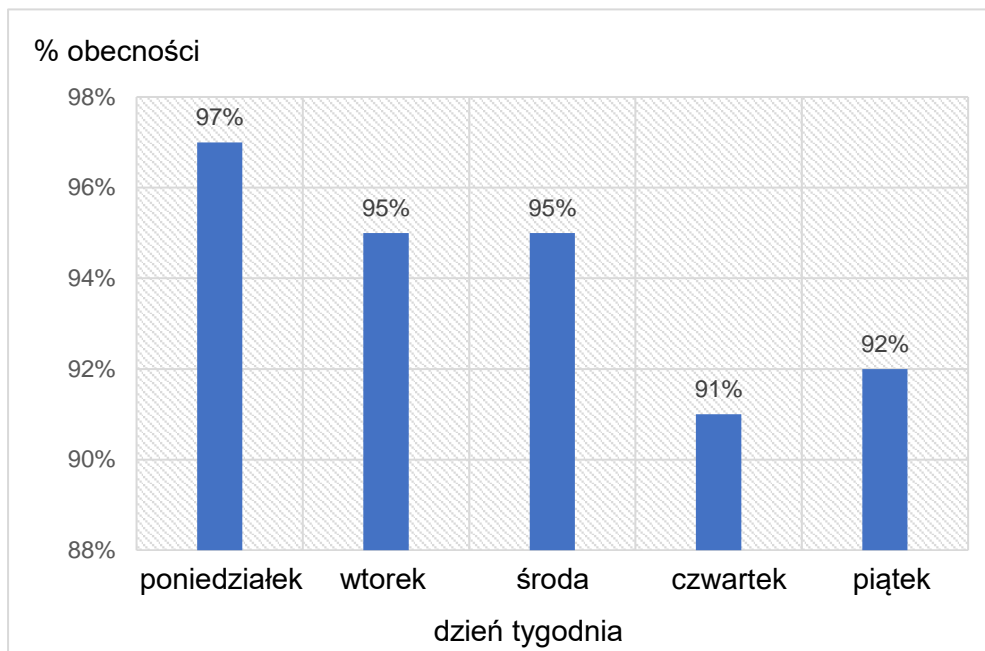
W turnieju piłkarskim startowało 6 drużyn. Każda drużyna rozegrała po jednym meczu z każdą z pozostałych drużyn.

**Ile łącznie meczów rozegrano w tym turnieju? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

- A. 6                              B. 15                              C. 21                              D. 30

**Zadanie 18. (0–2)**

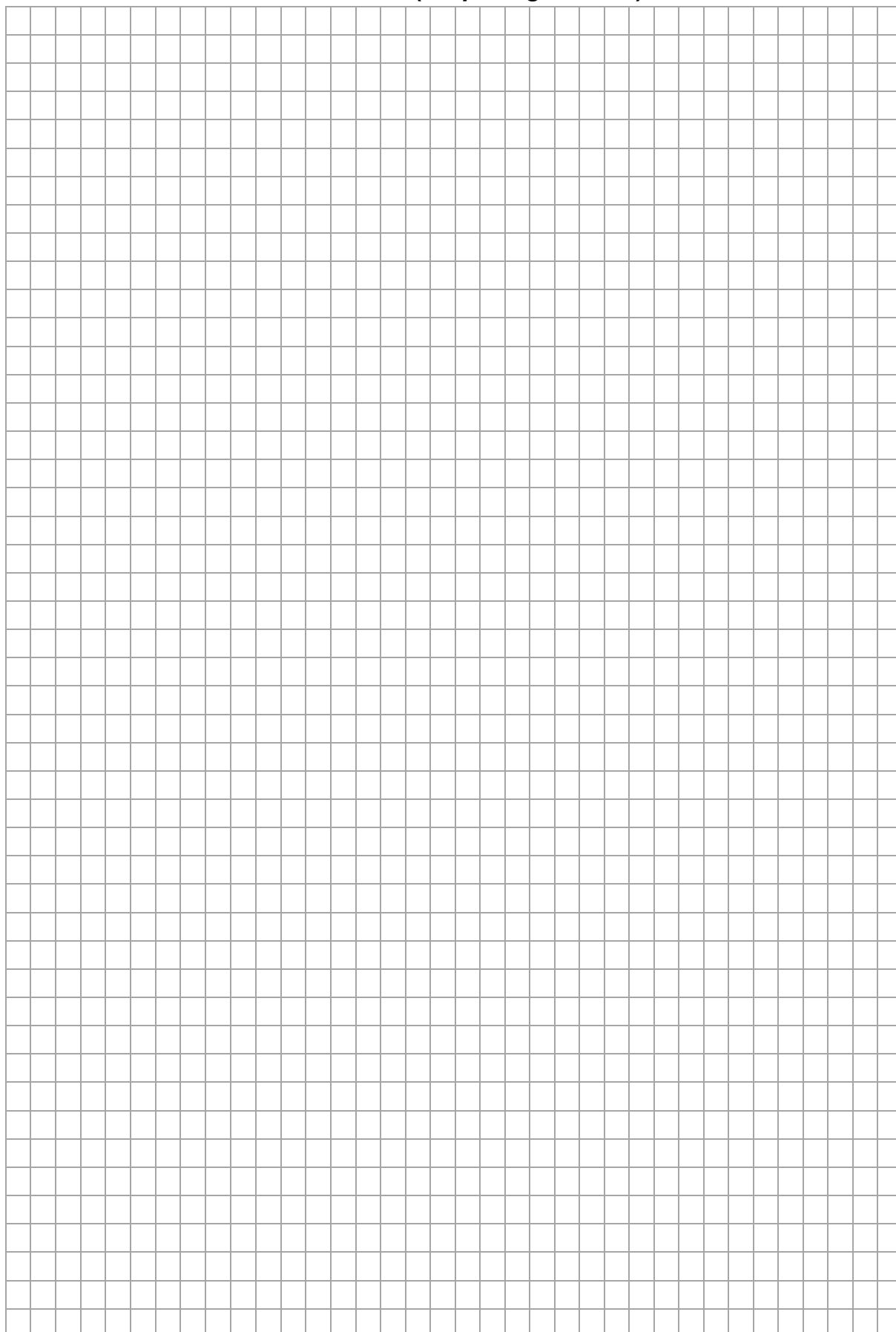
Na diagramie przedstawiono procentowe zestawienie obecności uczniów pewnej szkoły w kolejnych dniach tygodnia.



**Na podstawie diagramu uzupełnij poniższe zdania.**

1. Największy spadek obecności, w porównaniu do poprzedniego dnia, nastąpił .....
2. Średnia obecność w podanych dniach była równa .....

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**

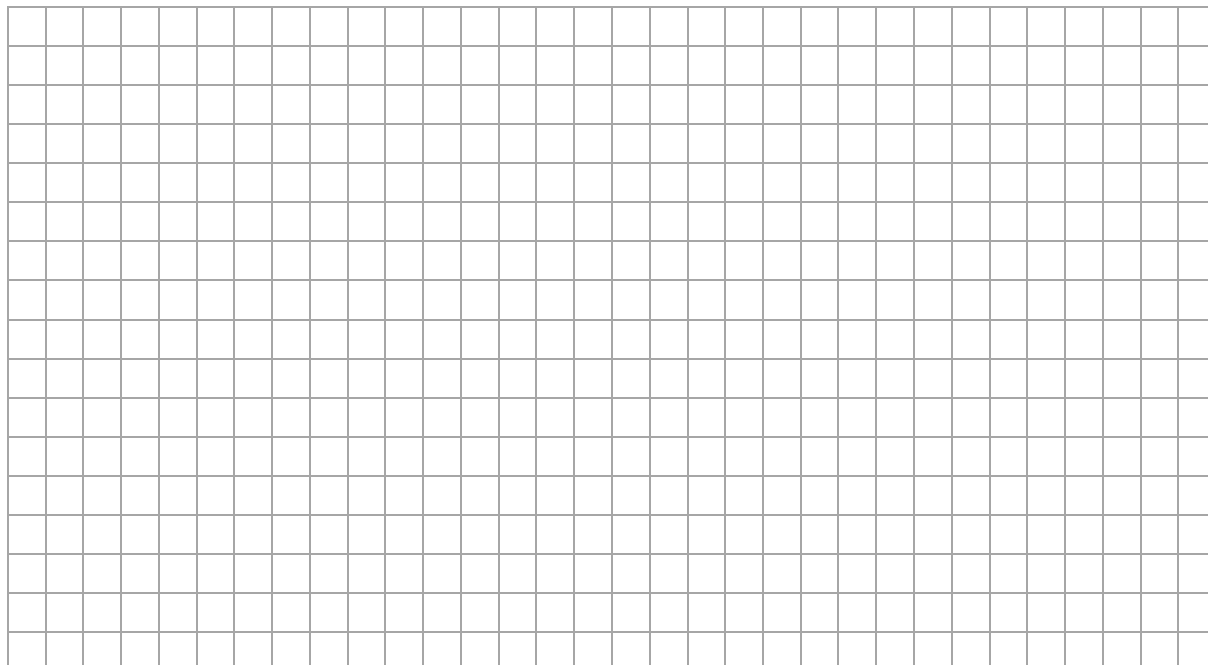




**Zadanie 21. (0–3)**

Pan Tomasz miał w portfelu pewną kwotę pieniędzy. Trzecią część tej kwoty wydał na zakup książki, a za połowę pozostałej kwoty kupił płytę CD. Ostatnie 20 zł dał synowi.

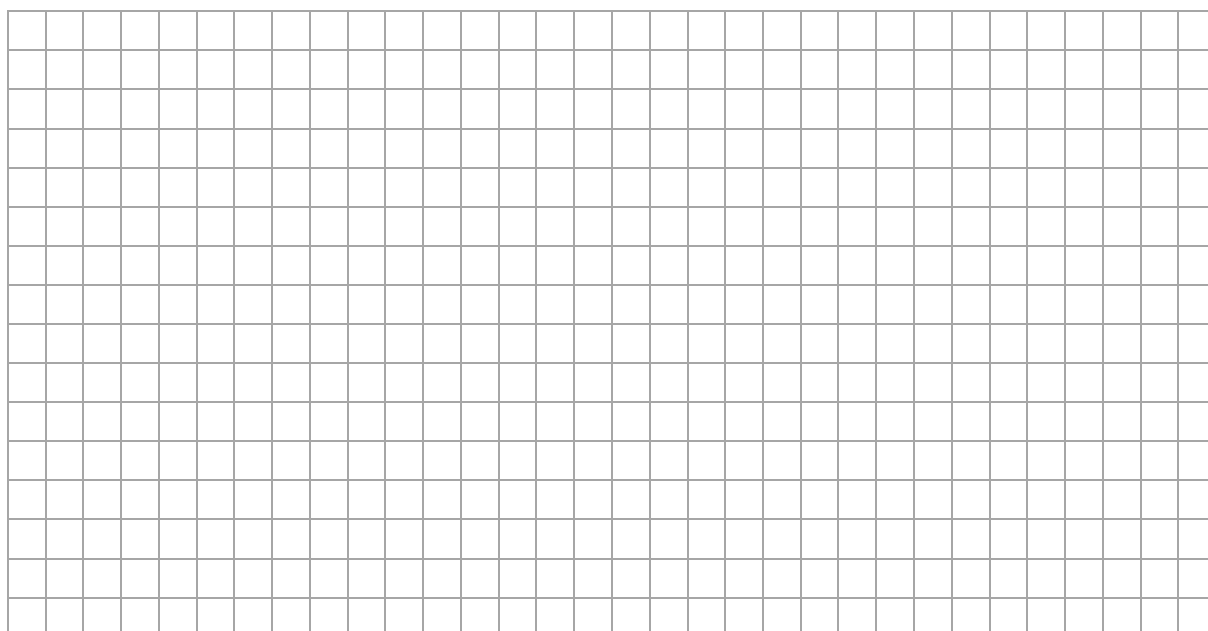
**Oblicz, ile złotych kosztowała płyta CD. Zapisz obliczenia.**



Odpowiedź: .....

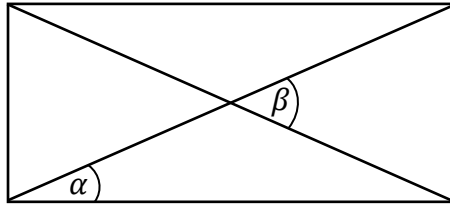
**Zadanie 22. (0–3)**

**Rozwiąż równanie  $3x - 2(x + 2) = 3 + 5(1 - x)$ .**

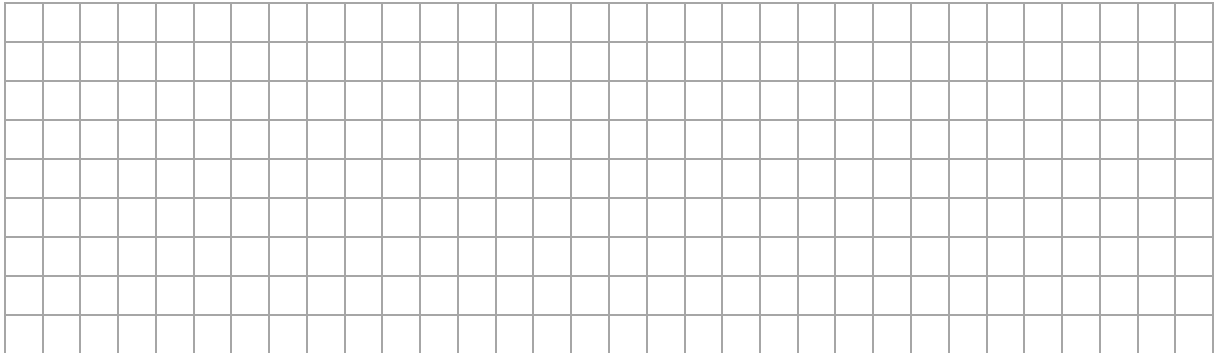


**Zadanie 23. (0–2)**

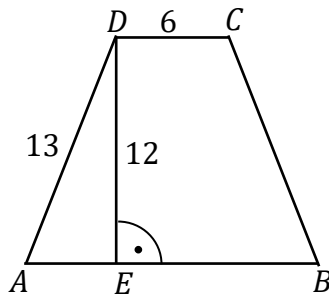
Na rysunku przedstawiono prostokąt, w którym zaznaczono kąty  $\alpha$  i  $\beta$ .



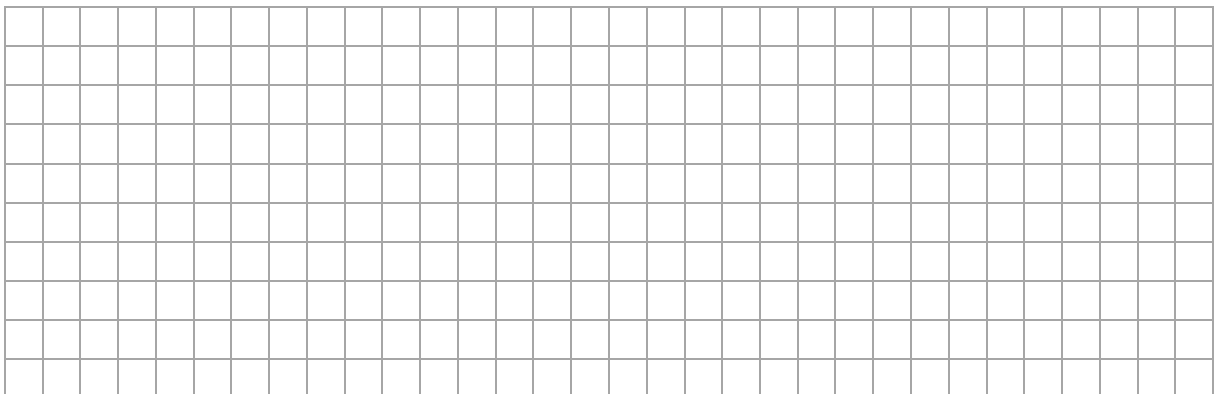
Wykaż, że jeżeli  $\alpha = 25^\circ$ , to  $\beta = 50^\circ$ .

**Zadanie 24. (0–2)**

Na rysunku przedstawiono trapez równoramienny  $ABCD$  i podano długości niektórych odcinków (zobacz rysunek).



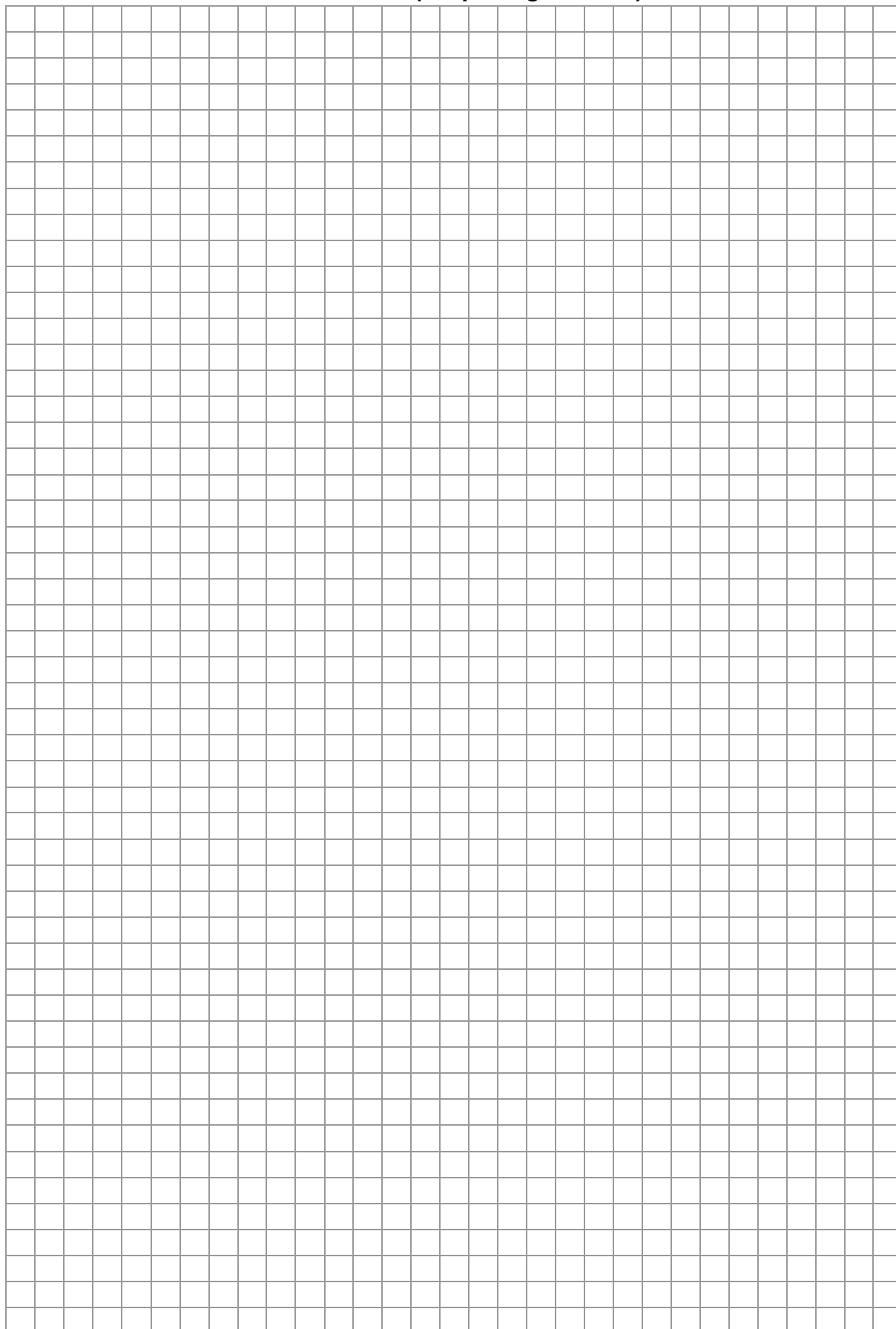
Oblicz długość podstawy  $AB$  tego trapezu. Zapisz obliczenia.



Odpowiedź: .....





**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**

## ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ

### **Uwaga**

Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

### **Zadanie 1. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI II. Działania na liczbach naturalnych. Zdający: 3) mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową [...] sposobem pisemnym, w pamięci (w najprostszych przykładach) [...].

### **Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### **Rozwiązanie**

C

### **Zadanie 2. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI II. Działania na liczbach naturalnych. Zdający: 7) rozpoznaje liczby podzielne przez [...] 5, 9 [...].

### **Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub brak odpowiedzi.

### **Rozwiązanie**

D

**Zadanie 3. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Zdający: 7) [...] odczytuje ułamki zwykłe [...] zaznaczone na osi liczbowej.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

B

**Zadanie 4. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Zdający: 6) oblicza kwadraty [...] ułamków [...] dziesiętnych [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

D

**Zadanie 5. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY IV–VI XII. Obliczenia praktyczne. Zdający: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: [...] prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

**Zadanie 6. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Zdający: 2) oblicza pola: trójkąta [...] trapezu, przedstawionych na rysunku [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

A

**Zadanie 7. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI X. Bryły. Zdający: 1) rozpoznaje [...] ostrosłupy [...] w sytuacjach praktycznych [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

**Zadanie 8. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII XIV. Długość okręgu i pole koła. Zdający: 3) oblicza pole koła o danym promieniu [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

B

**Zadanie 9. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Zdający: 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

**Zadanie 10. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Zdający: 3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

FP

**Zadanie 11. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Zdający: 8) oblicza [...] długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

**Zadanie 12. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY VII i VIII X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Zdający: 2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

B

**Zadanie 13. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI IX. Wielokąty, koła i okręgi. Zdający: 5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

FF

**Zadanie 14. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Zdający: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa ( bez twierdzenia odwrotnego). IX. Wielokąty. Zdający: 2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

PP

**Zadanie 15. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII XI. Geometria przestrzenna. Zdający: 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C



**Zadanie 16. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY VII i VIII XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Zdający: 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające [...] na losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

A

**Zadanie 17. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	KLASY VII i VIII XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Zdający: 1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje je i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

B

**Zadanie 18. (0–2)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY VII i VIII XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Zdający: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą [...] diagramów słupkowych [...]. 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne uzupełnienie dwóch zdań.

1 pkt – poprawne uzupełnienie jednego zdania.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

1. Największy spadek obecności, w porównaniu do poprzedniego dnia, nastąpił

..... **w czwartek** LUB **w czwartym dniu tygodnia** .....

2. Średnia obecność w podanych dniach była równa **94%** .....

**Zadanie 19.1. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY VII i VIII III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Zdający: 4) zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna  $2x + 5(x - 1,5)$  albo  $7x - 7,5$ .

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Zapisujemy wyrażenie algebraiczne z jedną zmienną zgodnie z treścią zadania

$$2x + 5(x - 1,5) = 2x + 5x - 7,5 = 7x - 7,5$$

**Zadanie 19.2. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Zdający: 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna metoda obliczenia kosztu zakupu siedmiu biletów i prawidłowy wynik 19,10 zł.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania****I sposób**

$$7 \cdot 3,80 - 7,50 = 26,60 - 7,50 = 19,10 \text{ (zł)}$$

**II sposób**

Obliczamy cenę biletu ulgowego

$$3,80 - 1,50 = 2,30 \text{ (zł)}$$

$$2 \cdot 3,80 + 5 \cdot 2,30 = 7,60 + 11,50 = 19,10 \text{ (zł)}$$

**Zadanie 20. (0–3)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII V. Obliczenia procentowe. Zdający: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawne metody obliczenia ceny komody po dwóch kolejnych zmianach, prawidłowe obliczenia i prawidłowy wynik 220 zł.

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ceny komody po podwyżce.

1 pkt – poprawna metoda obliczenia ceny komody po obniżce.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Obliczamy cenę komody po obniżce

$$250 - 20\% \cdot 250 = 250 - 0,2 \cdot 250 = 250 - 50 = 200 \text{ (zł)}$$

Obliczamy cenę komody po podwyżce

$$200 + 10\% \cdot 200 = 200 + 0,1 \cdot 200 = 200 + 20 = 220 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Cena komody po dwóch kolejnych zmianach jest równa 220 zł.

**Zadanie 21. (0–3)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	KLASY VII i VIII III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Zdający: 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych. VI. Równania z jedną niewiadomą. Zdający: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą [...].

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia kwoty wydanej na zakup płyty CD, prawidłowe obliczenia i prawidłowy wynik 20 zł.

2 pkt – ułożenie poprawnego równania z użyciem wcześniej zapisanych wyrażeń algebraicznych i poprawne wyznaczenie niewiadomej

*LUB*

– poprawne przekształcenie równania prowadzącego do obliczenia kwoty, która miał pan Tomasz i wyznaczenie niewiadomej.

1 pkt – zapisanie poprawnych zależności w postaci wyrażeń algebraicznych wynikających z treści zadania

*LUB*

– ułożenie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia kwoty, która miał pan Tomasz.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania****I sposób**

Wprowadzamy oznaczenia i zapisujemy zależności między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych

$x$  – kwota, którą pan Tomasz miał w portfelu

$\frac{1}{3}x$  – trzecia część kwoty wydana na zakup książki

$x - \frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x$  – reszta, która została w portfelu po zakupie książki

$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}x$  – kwota wydana na zakup płyty

Układamy równanie i przekształcamy je w sposób równoważny

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x + 20 = x$$

$$\frac{2}{3}x - x = -20$$

$$-\frac{1}{3}x = -20$$

$$x = 60$$

$$\frac{1}{3} \cdot 60 = 20$$

Odpowiedź: Płyta CD kosztowała 20 zł.

**II sposób**

Wprowadzamy oznaczenie i zapisujemy równanie z jedną niewiadomą

$x$  – kwota, którą pan Tomasz miał w portfelu

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{3}x\right) + 20 = x$$

Zapisane równanie przekształcamy w sposób równoważny

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x - \frac{1}{6}x + 20 = x$$

$$\frac{2}{6}x + \frac{3}{6}x - \frac{1}{6}x + 20 = x$$

$$\frac{2}{3}x + 20 = x$$

$$20 = \frac{1}{3}x$$

$$x = 60$$

$$\frac{1}{2}\left(60 - \frac{1}{3} \cdot 60\right) = \frac{1}{2} \cdot 40 = 20$$

Odpowiedź: Płyta CD kosztowała 20 zł.

### Zadanie 22. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. Zdający: 2) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych.

#### Zasady oceniania

3 pkt – poprawne rozwiązanie równania i obliczenie niewiadomej  $x = 2$ .

2 pkt – poprawne przekształcenie równania – redukcja wyrazów podobnych.

1 pkt – poprawne przekształcenie danego równania – zastosowanie prawa rozdzielności mnożenia względem dodawania i odejmowania.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

#### Przykładowe pełne rozwiązanie

Przekształcamy dane równanie na równania równoważne

$$3x - 2(x + 2) = 3 + 5(1 - x)$$

$$3x - 2x - 4 = 3 + 5 - 5x$$

$$x - 4 = 8 - 5x$$

$$x + 5x = 8 + 4$$

$$6x = 12$$

$$x = 2$$

**Zadanie 23. (0–2)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	KLASY IV–VI VIII. Kąty. Zdający: 6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności. KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Zdający: 7) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych; 9) przeprowadza dowody geometryczne [...].

**Zasady oceniania**

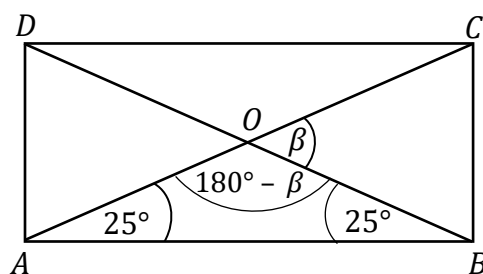
2 pkt – poprawna metoda obliczenia miary kąta – wykazanie, że  $\beta = 50^\circ$ .

1 pkt – zauważenie, że trójkąt  $AOB$  jest równoramienny i obliczenie miary drugiego kąta przy jego podstawie.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Wprowadzamy oznaczenia na rysunku



Trójkąt  $AOB$  jest równoramienny, zatem kąt  $ABO$  jest równy kątowi  $OAB$  i ma miarę  $25^\circ$ .

W trójkącie  $AOB$   $|\sphericalangle AOB| = 180^\circ - \beta$ , wobec tego

$$25^\circ + 25^\circ + 180^\circ - \beta = 180^\circ$$

$\beta = 50^\circ$ , co należało wykazać.

**Zadanie 24. (0–2)**

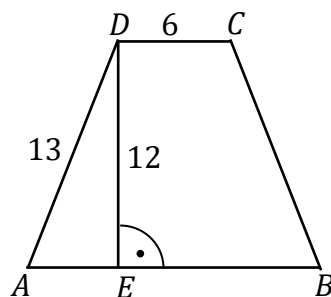
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI IX. Wielokąty, koła i okręgi. Zdający: 5) zna najważniejsze własności [...] trapezu [...]. KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Zdający: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia długości podstawy  $AB$  trapezu, prawidłowe obliczenia i prawidłowy wynik  $|AB| = 16$ .

1 pkt – poprawna metoda obliczenia długości odcinka  $AE$  – zastosowanie twierdzenia Pitagorasa.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Obliczamy długość odcinka  $AE$  z twierdzenia Pitagorasa

$$|AE|^2 + |DE|^2 = |AD|^2$$

$$|AE|^2 = |AD|^2 - |DE|^2$$

$$|AE|^2 = 13^2 - 12^2$$

$$|AE|^2 = 169 - 144$$

$$|AE|^2 = 25$$

$$|AE| = 5$$

Trapez  $ABCD$  jest równoramienny, zatem  $|AE| = |FB| = 5$ .

Długość podstawy  $AB$  trapezu jest równa

$$|AB| = 5 + 6 + 5 = 16$$

Odpowiedź: Podstawa  $AB$  trapezu ma długość 16.



**Zadanie 25. (0–2)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Zdający: 5) oblicza objętość [...] prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia objętości wody w zbiorniku, prawidłowe obliczenia i prawidłowy wynik 400 l.

1 pkt – poprawna metoda obliczenia objętości zbiornika (prostopadłościanu)

*LUB*

– obliczenie długości krawędzi – wysokości, do której sięgała woda w zbiorniku.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania****I sposób**

Obliczamy objętość zbiornika w kształcie prostopadłościanu

$$V_z = 20 \cdot 10 \cdot 4 = 800 \text{ (dm}^3\text{)}$$

Obliczamy objętość wody w zbiorniku

$$V_w = 800 \text{ dm}^3 : 2 = 400 \text{ dm}^3 = 400 \text{ l}$$

Odpowiedź: Do zbiornika wlewo 400 litrów wody.

**II sposób**

Obliczamy długość krawędzi – wysokość, do której sięgała woda w zbiorniku

$$h_w = \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ dm} = 2 \text{ dm}$$

Obliczamy objętość wody w zbiorniku

$$V_w = 20 \cdot 10 \cdot 2 \text{ dm}^3 = 400 \text{ dm}^3$$

Odpowiedź: Do zbiornika wlewo 400 litrów wody.

**Zadanie 26. (0–4)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Zdający: 4) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów [...]. KLASY VII i VIII IX. Wielokąty. Zdający: 2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, [...] trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków [...].

**Zasady oceniania**

4 pkt – poprawna metoda obliczenia pola czworokąta  $ABKL$ , prawidłowe obliczenia i prawidłowy wynik  $32 \text{ cm}^2$ .

3 pkt – poprawne metody obliczenia pola prostokąta i pola trójkąta

*LUB*

– poprawne metody obliczenia pola trójkąta i pola trapezu.

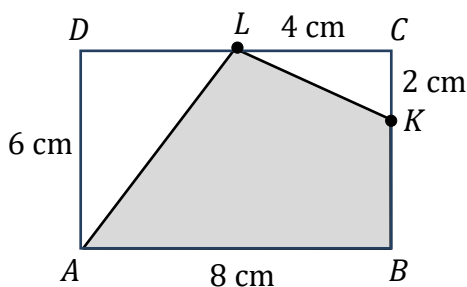
2 pkt – poprawna metoda obliczenia pola prostokąta

*LUB*

– poprawna metoda obliczenia pola trójkąta.

1 pkt – wyznaczenie długości odcinków potrzebnych do obliczenia pól trójkątów i pola trapezu.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania****I sposób**

Pole czworokąta  $ABKL$  jest równe: od pola prostokąta  $ABCD$  odejmujemy pole trójkąta  $ADL$  i pole trójkąta  $KCL$ .

Pole prostokąta  $ABCD$  jest równe  $P_{ABCD} = 8 \cdot 6 = 48 \text{ (cm}^2\text{)}$

Wyznaczamy długości odcinków:  $DL$ ,  $LC$  i  $CK$  potrzebnych do obliczenia pól trójkątów.

$$|DL| = |LC| = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

$$|CK| = 6 \text{ cm} : 3 = 2 \text{ cm}$$

Pole trójkąta  $ADL$  jest równe  $P_{\Delta ADL} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$

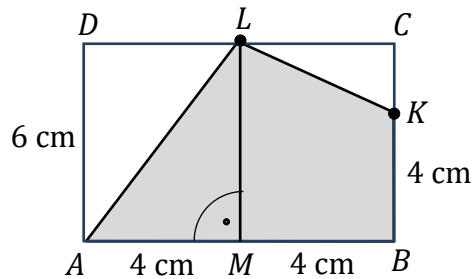
Pole trójkąta  $KCL$  jest równe  $P_{\Delta KCL} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4 \text{ (cm}^2\text{)}$

Obliczamy pole czworokąta  $ABKL$

$$P_{ABKL} = 48 - 12 - 4 = 32 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta  $ABKL$  jest równe  $32 \text{ cm}^2$ .

## II sposób



Pole czworokąta  $ABKL$  jest równe sumie pól: trójkąta  $AML$  i trapezu  $MBKL$ .

Wyznaczamy długości odcinków:  $AM$ ,  $MB$  i  $BK$  potrzebnych do obliczenia pól: trójkąta i trapezu.

$$|AM| = |MB| = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

$$|BK| = \frac{2}{3} \cdot 6 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

Pole trójkąta  $AML$  jest równe  $P_{\Delta AML} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$

Pole trapezu  $MBKL$  jest równe  $P_{MBKL} = \frac{(4+6) \cdot 4}{2} = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$

Obliczamy pole czworokąta  $ABKL$

$$P_{ABKL} = 12 + 20 = 32 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta  $ABKL$  jest równe  $32 \text{ cm}^2$ .