Karolina Kołodziej
Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie

Urszula Mazur
Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie

Diagnoza umiejętności rozwiązywania zadań z kontekstem praktycznym na egzaminie ósmoklasisty

Pierwszy egzamin kończący zreformowaną ośmioletnią szkołę podstawową odbył się w dniach 15-17 kwietnia 2019 roku. W drugim dniu egzaminu ósmoklasiści zmierzyli się z zadaniami matematycznymi. Wyniki egzaminu zostały ogłoszone 14 czerwca 2019 roku.

Arkusz egzaminacyjny z matematyki zawierał 15 zadań zamkniętych i 6 zadań otwartych. Analiza wyników egzaminu i obserwacja przedstawionych rozwiązań dostarczyła informacji na temat poziomu wykonania poszczególnych zadań oraz strategii doboru albo tworzenia modeli do sytuacji zadaniowych. Próba ustalenia jak uczniowie byli przygotowani do rozwiązywania zadań o wyższym stopniu złożoności oraz wymagających wykorzystania narzędzi matematyki do rozstrzygania problemów praktycznych była głównym powodem podjęcia tematu.

Rozwiązywanie problemów praktycznych przy użyciu wiedzy i umiejętności zdobytych na lekcjach matematyki jest kompetencją potrzebną na dalszych etapach edukacji i niezbędną do funkcjonowania w codziennym w życiu. Sformułowane wnioski mogą być wykorzystane przez nauczycieli jako wskazówki do dalszej systematycznej pracy z uczniami.

O tym, jaka będzie budowa zestawu egzaminacyjnego z matematyki po klasie ósmej można było wnioskować na podstawie publikacji, które zamieszczane były na stronie CKE w okresie grudzień 2017-marzec 2019. Lektura *informatora o egzaminie ósmoklasisty z matematyki od roku szkolnego 2018/2019*, przykładowego arkusza egzaminacyjnego czy arkusza egzaminu próbnego oraz zestawu zadań dedykowanego uczniom i nauczycielom pozwalała zapoznać się z typami zadań, które będą zastosowane na egzaminie, ich układem, odniesieniami do zapisów podstawy programowej oraz zasadami oceniania zadań otwartych.

To, że egzamin ósmoklasisty z matematyki będzie sprawdzał gotowość uczniów do rozwiązywania problemów praktycznych, umiejętność stworzenia i zrealizowania własnego planu rozwiązania zadania w celu udzielenia odpowiedzi na pytanie postawione w zadaniu czy też przedstawienia uzasadnienia wskazanych zależności nie powinno być zaskoczeniem dla zdających.

Analiza wyników egzaminu ósmoklasisty, niespodziewanie duża liczba wglądów do prac egzaminacyjnych, sposób uzasadniania wniosków o weryfikację sumy punktów, rozmów z uczniami i ich rodzicami podczas wglądów do prac skłoniła do postawienia następujących pytań.

- Czy wyniki egzaminu są satysfakcjonujące dla uczniów, ich rodziców i nauczycieli?
- **Czy uczniowie byli dobrze przygotowani do zmierzenia się z wymaganiami stawianymi na egzaminie, w szczególności z zadaniami dotyczącymi problemów związanych z funkcjonowaniem w otaczającej rzeczywistości?**
- Czy absolwenci szkół podstawowych nabyli wiedzę i umiejętności wystarczające do podjęcia dalszej edukacji?
- Czy na podstawie wyników egzaminu ósmoklasisty można przewidywać jakie będą losy absolwentów pierwszego rocznika ośmioklasowej szkoły podstawowej?

Z powodów oczywistych odpowiedź na ostatnie pytanie będzie odroczona w czasie, chociaż na podstawie odpowiedzi na 3 początkowe pytania można wnioskować jaki będzie ich wydźwięk. Ze względu na ograniczenia ilościowe tekstu, osią rozważań będzie dążenie do udzielenia odpowiedzi na pytanie 2.

Rodzice uczniów, którzy zgłaszali chęć wglądu do pracy swojego dziecka, często jako powód poddawania w wątpliwość czy praca została oceniona poprawnie podawali to, że uzyskany wynik z egzaminu jest niższy od oceny uzyskanej na zakończenie szkoły podstawowej.

Wynika z tego, że uczniowie i ich rodzice spodziewali się wyższych wyników egzaminu z matematyki. Niektórzy wręcz twierdzą, że osiągnięcia egzaminacyjne nie oddają faktycznej wiedzy i umiejętności zdających.

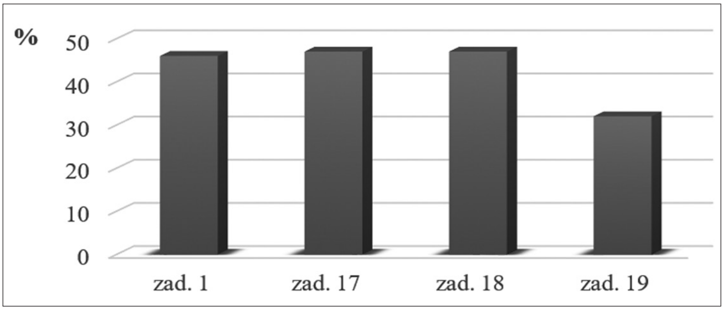
Dane statystyczne przedstawione w niniejszym opracowaniu dotyczą ogółu populacji, czyli wyników osiągniętych przez wszystkich ósmoklasistów piszących wersję standardową arkusza, czyli arkusz dla uczniów bez niepełnosprawności i uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się. Dokładne informacje na temat osiągnięć ósmoklasistów znajdują się w opracowaniu *Osiągnięcia uczniów kończących VIII klasę szkoły podstawowej Sprawozdanie za rok 2019* zamieszczonym na stronie CKE.

W niniejszym opracowaniu autorki przedstawiają swoje refleksje na temat skuteczności uczniów w rozwiązywaniu zadań, które dotyczą zagadnień praktycznych.

W zestawie zadań egzaminacyjnych było 4 zadania, do których wymagania szczegółowe określono jako *obliczenia praktyczne* albo *rozwiązywanie zadań osadzonych w kontekście praktycznym.* Wśród nich jedno zadanie zamknięte (zad. 1) oraz 3 otwarte (zad. 17., 18., 19.)

Łącznie za rozwiązanie zadań egzaminacyjnych dotyczących sytuacji praktycznych można było uzyskać 8 na 30 punktów możliwych do zdobycia za cały arkusz, co stanowi prawie 27%. Wynika z tego, że już na etapie egzaminu jest to ważna umiejętność. Poziom wykonania trzech zadań (zad. 1., zad. 17. i zad. 18.) był bardzo zbliżony do siebie i nieznacznie przekroczył średnią z całego arkusza (45%), a zadanie 19 należało do najtrudniejszych w zestawie, jego poziom wykonania wyniósł 32%.

Świadczy to o tym, że wszystkie omawiane zadania należały do grupy trudnych (20% – 49%).



Rysunek 1. Poziom wykonania zadań z kontekstem praktycznym na egzaminie ósmoklasisty w 2019 r.

Dlaczego zadania dotyczące kontekstu praktycznego?

Jedną z ważnych życiowych kompetencji jest dostrzeganie w różnych sytuacjach możliwości zastosowania wiedzy i umiejętności zdobytych w szkole. Zadania dotyczące sytuacji, z którymi uczeń zetknął się wcześniej albo są bliskie jego doświadczeniu, są łatwiejsze do interpretacji. Zazwyczaj można je rozwiązać na różne sposoby, co jest zachętą do podjęcia prób rozwiązania przez uczniów o różnym poziomie umiejętności matematycznych.

A to pierwszy krok do osiągnięcia sukcesu w rozwiązywaniu zadań, w tym zadań egzaminacyjnych.

Zadanie pierwsze dotyczyło obliczeń kalendarzowych. Jest to zadanie zamknięte, zatem informacji o tym jak uczniowie radzili sobie z jego rozwiązaniem, dostarczają nam poszczególne wybory.

Zadanie 1. (1 pkt)

Na rysunku przedstawiono kartkę z kalendarza na rok 2017.

SIERPIEŃ
2017
31
Czwartek
Imieniny:
Bogdana, Pauliny

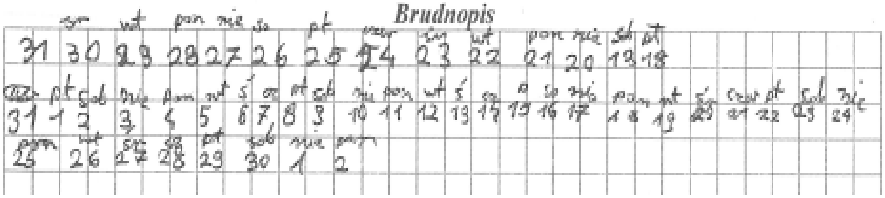
Natalia obchodzi urodziny 31 sierpnia, jej siostra Ewa – 18 sierpnia, a brat Karol – 2 października.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Otocz kółkiem P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

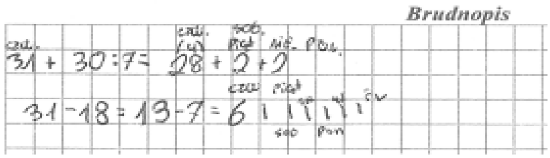
W 2017 r. urodziny Ewy wypadły w piątek.	**P**	**F**
W 2017 r. dniem urodzin Karola był poniedziałek.	**P**	**F**

Na podstawie zapisów w brudnopisach umieszczonych na stronie obok treści zadań, możemy zaobserwować sposoby dotarcia do rozwiązania, w tym przypadku do oceny wartości logicznej zdań.

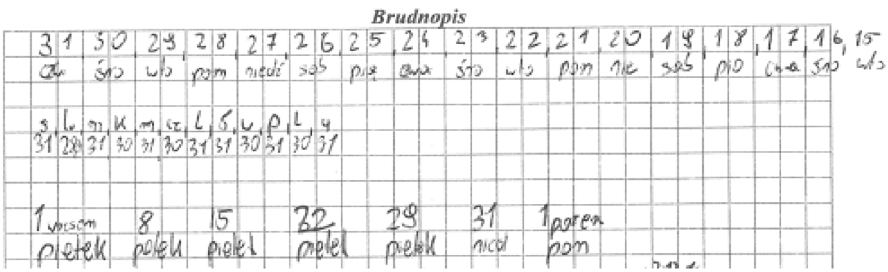
Poniższy scan stanowi przykład zapisów, które doprowadziły do poprawnej oceny obu zdań.



Pierwsze zdanie poprawnie oceniło ponad 80% uczniów. Notatki poczynione w brudnopisach świadczą o tym, że w przypadku błędnego ustalenia dnia urodzin Ewy, uczniowie zazwyczaj poprawnie obliczyli ile dni minęło od jej urodzin, ale niewłaściwie ustalili dzień tygodnia.



Większe trudności pojawiły się przy ocenie drugiego zdania, około 55% zdających wykonało to bezbłędnie. Uczniowie, którzy uznali, że jest to zdanie fałszywe, prawdopodobnie ustalili niewłaściwą liczbę dni jednego z miesięcy lub nie potrafili z tej wiedzy skorzystać.



Podczas analizy rozwiązań zadań otwartych można zaobserwować jak uczniowie interpretują dane przedstawione w różnych formach i czy potrafią używać języka matematycznego do opisu swojego rozumowania.

W zadaniu 17. uczeń miał obliczyć czas przy danej drodze i prędkości oraz poprawnie stosować jednostki czasu.

Zadanie 17. (0–2)

Samochód osobowy przebył drogę 120 km w czasie 75 minut. Prędkość średnia busa na tej samej trasie wyniosła 80 km/h. O ile krótszy był czas przejazdu tej drogi samochodem osobowym od czasu przejazdu busem? Zapisz obliczenia.

Przy rozwiazywaniu tego zadania uczniowie często korzystali ze znanego im z fizyki wzoru obliczanie czasy przy znanej drodze i prędkości.

80 km/h – prędkość busa

$\frac{120 km}{80 km/h} = 1,5 h = 90 minut$

90 min – 75 min = 15 min

Odp: Czas przejazdu tej drogi samochodem osobowym był krótszy o 15 minut od czasu przejazdu tej drogi busem.

Zastosowanie wzoru nie było jedyną drogą prowadzącą do wyliczenia czasu, co zaprezentowano w kolejnych przykładach. Nawet jeżeli zapisy nie były formalne, to świadczą o tym, że uczeń działa z pełną świadomością celu, który ostatecznie osiąga. Uczeń ustalił, że bus w czasie 75 minut pokonał 100 km, a brakujące do całej drogi 20 km przejedzie w 15 minut. Zatem cała trasa będzie pokonana w 90 minut. To spostrzeżenie pozwala na udzielenie odpowiedzi.

15 min = $\frac{1}{4} \cdot 60$ min

$\frac{1}{4} \cdot 80$ km = 20 km

80 km + 20 km = 100 km

$\frac{100 km}{75 min} + \frac{20 km}{15 min} = \frac{120 km}{90 min}$

odp. czas przejazdu samochodem osobowym był o 15 minut krótszy ~~od czasu przejazdu busem~~ od czasu przejazdu busem.

Poniższe rozwiązania są innymi, poprawnymi realizacjami ze świadomością celu, świadczącymi o poprawnym rozumowaniu egzaminowanych.

Bus:

80 km – 60 min /:4

20 km – 15 min

120 km – 90 min

Samochód –

$80 \frac{km}{h} = \frac{80 km : 20}{60 min : 20} = \frac{4 km}{3 min}$

$\frac{4 km \cdot 30}{3 min \cdot 30} = \frac{120 km}{90 min}$

90 – 75 = 15 min.

Odp: Czas przejazdu był o 15 minut krótszy samochodem osobowym.

Ponad 8% uczniów, którzy poprawnie zinterpretowali treść zadania, nie otrzymało maksymalnej liczby punktów, ponieważ popełniali błędy przy zamianie jednostek czasu lub błędy rachunkowe. Prawie 50% uczniów otrzymało za rozwiązanie tego zadania 0 punktów. Problemem było zazwyczaj zastosowanie błędnego wzoru na obliczenie czasu przejazdu busa lub obliczenie prędkości samochodu osobowego i potraktowanie różnicy prędkości obu pojazdów jako różnicy czasów ich przejazdu.

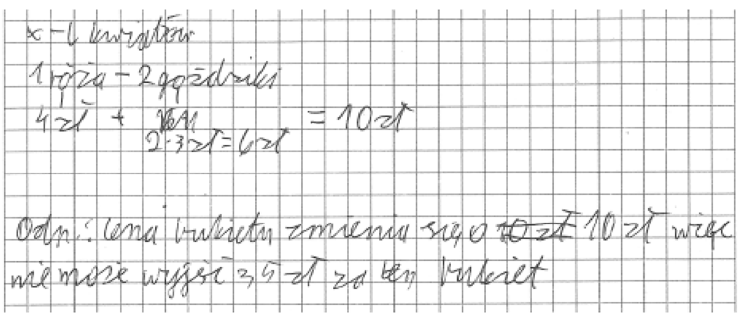
Z obserwacji sposobów rozwiązań zadania wynika, że sukces częściej osiągali ci z ósmoklasistów, którzy potraktowali to zadanie jako rozwiązanie praktycznego problemu niż jako zadanie na zastosowanie wzorów fizycznych.

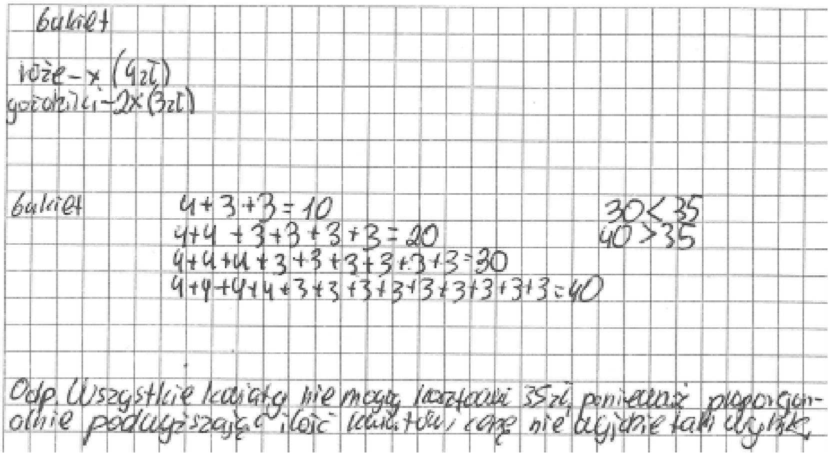
W kolejnym, zadaniu 18. należało rozstrzygnąć, czy bukiet spełniający warunki podane w zadaniu może kosztować 35 złotych. Swoją odpowiedź należało uzasadnić.

Zadanie 18. (2 pkt)

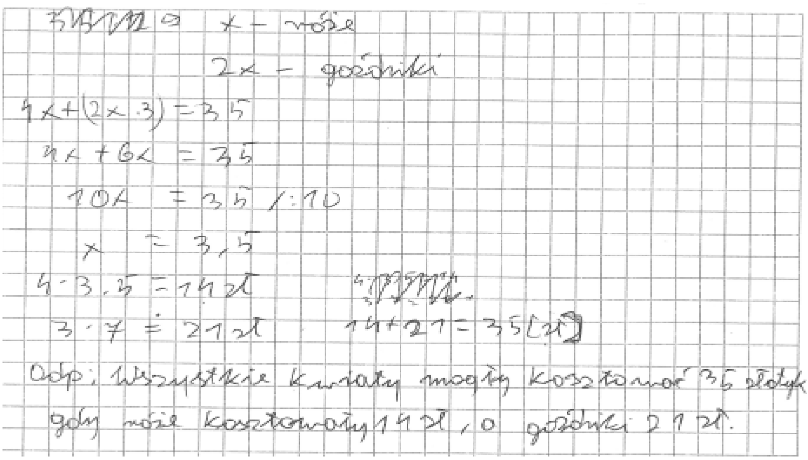
Adam zamówił bukiet złożony tylko z goździków i róż. W bukiecie było 2 razy więcej goździków niż róż. Jedna róża kosztowała 4 zł, a cena jednego goździka wynosiła 3 zł. Czy wszystkie kwiaty w tym bukiecie mogły kosztować 35 zł? Uzasadnij odpowiedź.

Wśród rozwiązań zaobserwowano różnorodne podejścia do tego zadania. Najczęściej były to zapisy wyrażeń arytmetycznych lub algebraicznych opatrzone komentarzem dlaczego bukiet nie może kosztować 35 złotych. Uczniowie wykazali się wieloma pomysłami na uzasadnienie swojej decyzji, prezentując zróżnicowany poziom matematycznego wtajemniczenia. Z sukcesem zrobiło to prawie 41% uczniów, uzyskując za przedstawione rozumowanie 2 punkty. Przykłady bezbłędnych realizacji polecenia zaprezentowano w kolejnych dwóch przykładach.




bukiet
róże – x (4zł)
goździki – 2x (3zł)
bukiet 4+3+3=10
4+4+3+3+3+3=20
4+4+4+3+3+3+3+3+3=30
4+4+4+4+3+3+3+3+3+3+3+3=40
30<35
40>35
Odp. Wszystkie kwiaty nie mogą kosztować 35zł, ponieważ proporcjonalnie podwyższając ilość kwiatów, cena nie wyjdzie taki wynik.

Zdający rozwiązujący to zadanie często układali równanie i formułowali wniosek na podstawie otrzymanego wyniku. Zdarzało się, że traktowali uzyskane rozwiązanie równania jako cenę róży (goździka) lub popełniali błędy rachunkowe, co powodowało stratę 1. punktu za rozwiązanie zadania. Drugim sposobem instrumentalnego podejścia do rozwiązania równania, było przyjmowanie wyniku jako punkt wyjścia do odpowiedzi na tak, bez sprawdzania, czy rozwiązanie równania spełnia warunki zadania, w przypadku tego zadania, miała to być liczba naturalna. Taką sytuację przedstawia przykład przedstawiony poniżej.

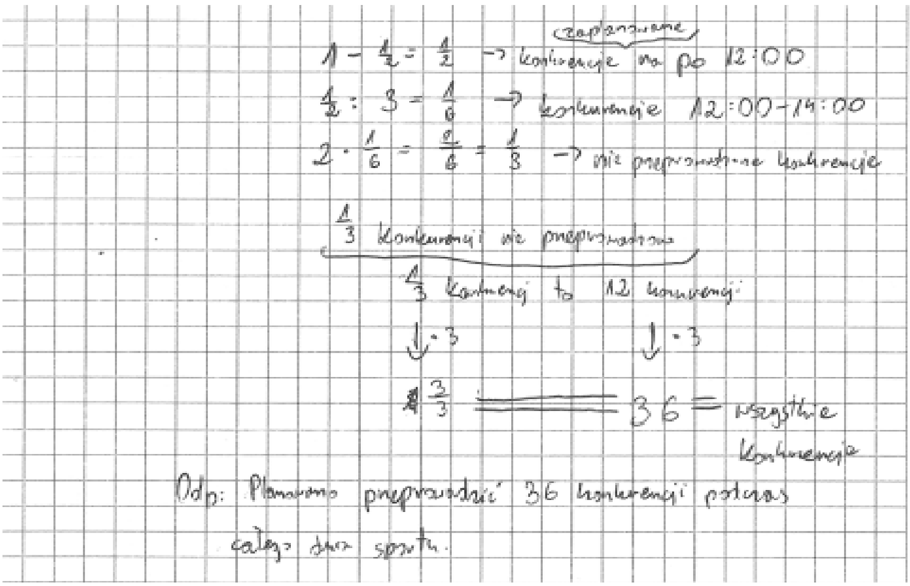

x – róże
2x – goździki
4x+(2x·3)=35
4x+6x=35
10x=35 /:10
x=3,5
4·3,5=14 zł
3·7=21 zł
14+21=35 [zł]
Odp: Wszystkie kwiaty mogą kosztować 35 złotych gdy róże kosztowały 14 zł, a goździki 21 zł.

Ostatnie, najtrudniejsze w tej grupie zadanie 19. wymagało od ucznia obliczenia liczby konkurencji zaplanowanych z okazji dnia sportu.

Zadanie 19. (3 pkt)

Z okazji dnia sportu w godzinach od 9:00 do 12:00 przeprowadzono połowę z wszystkich konkurencji zaplanowanych na cały dzień, a między 12:00 a 14:00 – jeszcze 1/3 z pozostałych. O godzinie 14:00 z powodu deszczu zakończono zawody. W tym dniu nie przeprowadzono 12 zaplanowanych konkurencji. Ile konkurencji planowano przeprowadzić podczas całego dnia sportu? Zapisz obliczenia i odpowiedź.

Kluczowym momentem rozwiązania problemu była analiza treści zadania i ustalenie jaką część wszystkich lub połowy wszystkich konkurencji stanowiły te, które przeprowadzono między godziną 12:00 a 14:00. Ponad 60% ósmoklasistów nie poradziło sobie z tym. Poniżej zaprezentowano różne, poprawne sposoby rozwiązania problemu przedstawionego w zadaniu.



zaplanowane

$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ → konkurencje na po 12:00

$\frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{6}$ → konkurencje 12:00–14:00

$2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ → nie przeprowadzone konkurencje

$\underbrace{\frac{1}{3}\ \text{konkurencji nie przeprowadzono}}$

$\frac{1}{3}$ konkurencji to 12 konkurencji

↓ · 3 ↓ · 3

$\frac{3}{3}$ = 36 = wszystkie konkurencje

Odp: Planowano przeprowadzić 36 konkurencji podczas całego dnia sportu.

x – wszystkie konkurencje

$\frac{1}{2}x$ – połowa konkurencji (9^{00}–12^{00}

$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}x$ – konkurencje ~~10~~ 12^{00}–14^{00}

12 – nie przeprowadzone konkurencje

$$\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}x+12=x$$

$\frac{1}{3}\cdot 18=6$

$$\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}x+12=x$$

$$\frac{3}{6}x+\frac{1}{6}x+12=x$$

$$\frac{4}{6}x+12=x \quad \Big| -\frac{4}{6}x$$

$$12=\frac{2}{6}x \quad \Big| :\frac{2}{6}$$

$$36=x$$

$$\frac{12}{1}:\frac{2}{6}=\frac{\cancel{12}^{6}}{1}\cdot\frac{6}{\cancel{2}_{1}}=$$

$$=36$$

Odp. ~~10~~ Zaplanowano na ten dzień 36 konkurencji.

---

x

$\frac{1}{2}x=y$

$y-\frac{1}{3}y=\frac{2}{3}y=12$

$12:2=6$

$6\cdot 3=18$

$y=18$

$18\cdot 2=36$

$x=36$

Odp: Zaplanowano przeprowadzić 36 konkurencji sportowych.

9^{00} – 12^{00}] połowę wszystkich $=\frac{1}{2}$

12^{00} – 14] $\frac{1}{3}$ reszty

nie zrobiono 12 konkurencji

połowy wszystkich

$\frac{2}{3}=12$

$\frac{1}{3}=6$

cała połowa

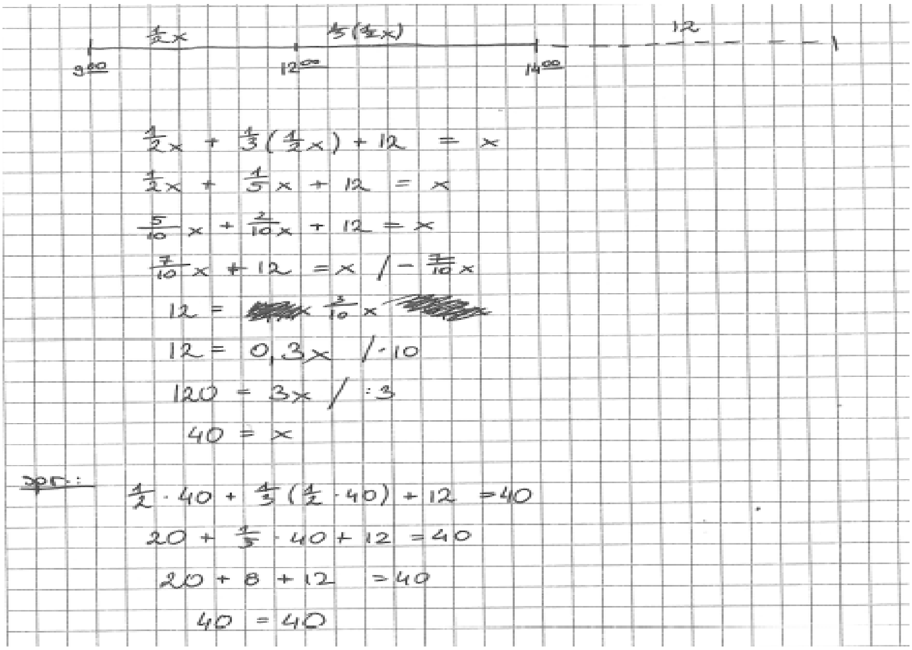
$\frac{3}{3}=18$

wszystkie konkurencje

$18\cdot 2=36$

Odp: Planowano zrobić 36 konkurencji

Około 28% piszących udzieliło poprawnej odpowiedzi i otrzymało 3 punkty za swoje rozwiązanie. W obserwowanych rozwiązaniach podobnie jak w przypadku wcześniejszych zadań, przeszkodą w uzyskaniu maksymalnej liczby punktów były błędy rachunkowe. Taką sytuację przedstawia kolejny przykład.



W przypadku prezentowanym powyżej wystarczyło sprawdzanie rozwiązania z warunkami zadania, żeby zweryfikować otrzymany wynik.

Najczęstszym problemem dla uczniów było ustalenie jaką część wszystkich lub połowy zaplanowanych konkurencji stanowią konkurencje przeprowadzone w godzinach od 12:00 do 14:00. Prawie 5% uczniów, którzy podali poprawny ułamek, nie poradziło sobie z zapisaniem warunku, który prowadził do obliczenia liczby konkurencji planowanych do przeprowadzenia podczas dnia sportu.

Wnioski i rekomendacje

Analiza wyników egzaminu ósmoklasisty pokazuje, że tylko co drugi uczeń potrafi rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym, wykorzystując narzędzia jakie daje matematyka. Obserwacja sposobów realizacji tej umiejętności przez zdających świadczy o tym, że jeszcze wiele można w tym względzie zrobić na lekcjach matematyki. Zadania egzaminacyjne, szczególnie te z kontekstem praktycznym dają uczniom możliwość zaprezentowania nieszablonowych, nieschematycznych pomysłów na rozwiązanie i uporania się z problemem nawet w sytuacji, gdy nie pamiętają wzoru czy twierdzenia. Kluczem do ich rozwiązania jest wnikliwa analiza treści zadania i logiczne myślenie. Przedstawione przykłady rozwiązań i ich oceny pokazują, że sformułowanie „wstrzelić się w klucz" w przypadku zadań egzaminacyjnych nie ma zastosowania.

Osiągnięcie zadowalających wyników na egzaminie ósmoklasisty warunkują umiejętności rachunkowe rozwinięte do poziomu umożliwiającego rozwiązywanie problemów teoretycznych i praktycznych oraz rozumienie i właściwa interpretacja treści zadań oraz pojęć w nim występujących.

Stąd proponowane przez autorki wnioski do wykorzystania podczas planowania pracy dydaktycznej.

1. Ćwiczenie podstawowych sprawności matematycznych niezbędnych do rozwiązywania zadań, w tym doskonalenie sprawności rachunkowej i rozumienia pojęć.
2. Samodzielne formułowanie przez uczniów problemów praktycznych do rozwiązania ze zwróceniem szczególnej uwagi na ustalenie danych koniecznych do jego rozwiązania.
3. Indywidualne szacowanie wyników zadań osadzonych w kontekście praktycznym przed przystąpieniem do ich rozwiązania. Porównanie wyników proponowanych przez uczniów z uzyskanymi w efekcie rozwiązania zadania. Dyskusja na temat realności podanych szacunkowych wyników, określanie możliwych zakresów liczbowych może rozwiązania.
4. Stwarzanie okazji do wykorzystania wyuczonego materiału w różnych sytuacjach, dbając o to, aby uczniowie rozwiązywali zadania różnymi sposobami, co pozwoli im w przyszłości wybrać najbardziej dla siebie odpowiadający.
5. Rozwiązywanie różnych wersji jednego zadania, przy zmienionych danych liczbowych w celu zaobserwowania przez uczniów wpływu tych zmian na wynik końcowy.
6. Wdrażanie do sprawdzania otrzymanych wyników z warunkami zadania, szczególnie zadań z kontekstem praktycznym.
7. Pokazywanie powiązań wiedzy już posiadanej z aktualnie zdobywaną oraz wprowadzanie wszędzie tam, gdzie to możliwe nauczania zorientowanego na problem i związanego z zastosowaniem wiedzy.
8. Stwarzanie uczniom okazji do działania i zachęcanie ich do „atakowania" problemów matematycznych z wykorzystaniem dostępnej im wiedzy i umiejętności.
9. Pozwalanie uczniom na popełnianie błędów i wykorzystywanie ich na dyskusję o źródłach oraz konsekwencjach tych błędów.

Realizacja tych i własnych wniosków poczynionych przez nauczycieli po pierwszym egzaminie ósmoklasisty pozwoli im na skuteczną realizację podstawy programowej, a w konsekwencji dobre przygotowanie uczniów do dalszych etapów edukacji oraz pełnienia ról społecznych i zawodowych.

Bibliografia

Informator o egzaminie ósmoklasisty z matematyki od roku szkolnego 2018/2019 https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Informatory. [dostęp: 5.08.2019].

Matematyka. Przykładowy arkusz egzaminacyjny https://cke.gov.pl/images/EGZAMIN OSMOKLASISTY/Arkusze_pokaz/Pokaz_arkusz_EO_1 [dostęp: 5.08.2019].

Matematyka. Arkusz egzaminacyjny dla uczniów bez niepełnosprawności i uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się https://cke.gov.pl/egzamin-osmoklasisty/arkusze/arkusze-pokazowe-grudzien-2018/ [dostęp: 5.08.2019].

Materiały ćwiczeniowe egzaminu ósmoklasisty - Marzec 2019. Arkusz z matematyki. http://www.oke.krakow.pl/inf/staticpages/index.php?page=2019010312000373&o-e#o-egzaminie [dostęp: 5.08.2019].

Egzamin ósmoklasisty Matematyka http://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Arkusze-egzaminacyjne/2019/matematyka/Arkusz_OMAP-100-1904.pdf [dostęp: 5.08.2019].

Informacje wstępne o wynikach egzaminu ósmoklasisty w 2019 roku https://cke.gov.pl/egzamin-osmoklasisty/wyniki/ [dostęp: 5.08.2019].