

CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA
OKRĘGOWE KOMISJE EGZAMINACYJNE

Informator
o egzaminie eksternistycznym
przeprowadzanym od roku 2013
z zakresu gimnazjum

MATEMATYKA

MATEMATYKA

Informator o egzaminie eksternistycznym przeprowadzanym od roku 2013 z zakresu gimnazjum

opracowany przez Centralną Komisję Egzaminacyjną
we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi
w Gdańsku, Jaworznie, Krakowie, Łodzi,
Łomży, Poznaniu, Warszawie i Wrocławiu

Warszawa 2012

Centralna Komisja Egzaminacyjna

ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536 65 00
ckesekr@cke.edu.pl
www.cke.edu.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Gdańsku

ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk
tel. 58 320 55 90
komisja@oke.gda.pl
www.oke.gda.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie

ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
tel. 32 616 33 99
sekretariat@oke.jaworzno.pl
www.oke.jaworzno.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie

os. Szkolne 37, 31-978 Kraków
tel. 12 683 21 01
oke@oke.krakow.pl
www.oke.krakow.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży

ul. Nowa 2, 18-400 Łomża
tel. 86 216 44 95
sekretariat@oke.lomza.pl
www.oke.lomza.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łodzi

ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź
tel. 42 634 91 33
komisja@komisja.pl
www.komisja.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu

ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
tel. 61 854 01 60
sekretariat@oke.poznan.pl
www.oke.poznan.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie

ul. Grzybowska 77, 00-844 Warszawa
tel. 22 457 03 35
info@oke.waw.pl
www.oke.waw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu

ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław
tel. 71 785 18 52
sekretariat@oke.wroc.pl
www.oke.wroc.pl

SPIS TREŚCI

I Informacje ogólne.....	7
II Wymagania egzaminacyjne.....	11
III Opis egzaminu.....	17
IV Przykładowy arkusz egzaminacyjny.....	20
V Przykładowe rozwiązania zadań zamieszczonych w arkuszu egzaminacyjnym i ich ocena..	34

I INFORMACJE OGÓLNE

I.1. Podstawy prawne

Zgodnie z ustawą z 7 września 1991 r. o systemie oświaty (Dz. U. z 2004 r. nr 256, poz. 2572 z późn. zm.) egzaminy eksternistyczne są integralną częścią zewnętrznego systemu egzaminowania. Za przygotowanie i przeprowadzanie tych egzaminów odpowiadają Centralna Komisja Egzaminacyjna i okręgowe komisje egzaminacyjne.

Sposób przygotowania i przeprowadzania egzaminów eksternistycznych reguluje rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z 11 stycznia 2012 r. w sprawie egzaminów eksternistycznych (Dz. U. z 17 lutego 2012 r., poz. 188). Na podstawie wspomnianego aktu prawnego CKE i OKE opracowały *Procedury organizowania i przeprowadzania egzaminów eksternistycznych z zakresu szkoły podstawowej dla dorosłych, gimnazjum dla dorosłych, liceum ogólnokształcącego dla dorosłych oraz zasadniczej szkoły zawodowej*.

Egzaminy eksternistyczne z zakresu kształcenia ogólnego w gimnazjum są przeprowadzane z następujących przedmiotów: język polski, język obcy nowożytny, historia, wiedza o społeczeństwie, geografia, biologia, chemia, fizyka, matematyka, informatyka, zgodnie z wymaganiami określonymi w rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. z 30 sierpnia 2012 r., poz. 977)

I.2. Warunki przystąpienia do egzaminów eksternistycznych

Do egzaminów eksternistycznych z zakresu wymagań określonych w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla gimnazjum może przystąpić osoba, która ukończyła sześcioletnią szkołę podstawową albo klasę VI lub VII ośmioletniej szkoły podstawowej.

Osoba, która chce zdawać wyżej wymienione egzaminy eksternistyczne i spełnia formalne warunki, powinna nie później niż na 2 miesiące przed terminem rozpoczęcia sesji egzaminacyjnej złożyć do jednej z ośmiu okręgowych komisji egzaminacyjnych wniosek o dopuszczenie do egzaminów zawierający:

- 1) imię (imiona) i nazwisko,
- 2) datę i miejsce urodzenia,

3) numer PESEL, a w przypadku braku numeru PESEL – serię i numer paszportu lub innego dokumentu potwierdzającego tożsamość,

4) adres,

5) wskazanie, jako typu szkoły, gimnazjum.

Do wniosku należy dołączyć także świadectwo ukończenia szkoły podstawowej. Wniosek ten znajduje się na stronach internetowych OKE w formie załącznika do *Procedur organizowania i przeprowadzania egzaminów eksternistycznych*.

W terminie 14 dni od dnia otrzymania przez OKE wniosku zainteresowana osoba zostaje pisemnie poinformowana o wynikach postępowania kwalifikacyjnego. Od rozstrzygnięcia komisji okręgowej służy odwołanie do dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej w terminie 7 dni od dnia jego doręczenia. Rozstrzygnięcie dyrektora CKE jest ostateczne. W przypadku zakwalifikowania osoby do zdawania egzaminów eksternistycznych dyrektor OKE informuje ją o konieczności złożenia deklaracji oraz dowodu wniesienia opłaty za zadeklarowane egzaminy lub wniosku o zwolnienie z opłaty.

Informację o miejscach przeprowadzania egzaminów dyrektor OKE podaje do publicznej wiadomości na stronie internetowej okręgowej komisji egzaminacyjnej nie później niż na 15 dni przed terminem rozpoczęcia sesji egzaminacyjnej.

Osoba dopuszczona do egzaminów eksternistycznych zdaje egzaminy w okresie nie dłuższym niż 3 lata. W uzasadnionych wypadkach, na wniosek zdającego, dyrektor komisji okręgowej może przedłużyć okres zdawania egzaminów eksternistycznych o dwie sesje egzaminacyjne. Dyrektor komisji okręgowej na wniosek osoby, która w okresie nie dłuższym niż 3 lata od upływu okresu zdawania ponownie ubiega się o przystąpienie do egzaminów eksternistycznych, zalicza tej osobie egzaminy eksternistyczne zdane w wyżej wymienionym okresie.

Osoba dopuszczona do egzaminów eksternistycznych, nie później niż na 30 dni przed terminem rozpoczęcia sesji egzaminacyjnej, składa dyrektorowi komisji okręgowej:

1) pisemną informację wskazującą przedmioty, z zakresu których zamierza zdawać egzaminy eksternistyczne w danej sesji egzaminacyjnej,

2) dowód wniesienia opłaty za egzaminy eksternistyczne z zakresu zajęć edukacyjnych albo wniosek o zwolnienie z opłaty.

Zdający może, w terminie 2 dni od dnia przeprowadzenia egzaminu eksternistycznego z danych zajęć edukacyjnych, zgłosić zastrzeżenia do dyrektora komisji okręgowej, jeżeli uzna, że w trakcie egzaminu zostały naruszone przepisy dotyczące jego przeprowadzania. Dyrektor komisji okręgowej rozpatruje zastrzeżenia w terminie 7 dni od dnia ich otrzymania. Rozstrzygnięcie dyrektora komisji okręgowej jest ostateczne.

W przypadku naruszenia przepisów dotyczących przeprowadzania egzaminu eksternistycznego, jeżeli naruszenie to mogło mieć wpływ na wynik egzaminu, dyrektor komisji okręgowej, w porozumieniu z dyrektorem Centralnej Komisji Egzaminacyjnej, ma prawo unieważnić egzamin eksternistyczny z danych zajęć edukacyjnych i zarządzić jego ponowne przeprowadzenie w następnej sesji egzaminacyjnej. Unieważnienie egzaminu może dotyczyć poszczególnych lub wszystkich zdających.

Na wniosek zdającego sprawdzony i oceniony arkusz egzaminacyjny oraz karta punktowania są udostępniane zdającemu do wglądu w miejscu i czasie określonych przez dyrektora komisji okręgowej.

I.3. Zasady dostosowania warunków i formy przeprowadzania egzaminu dla zdających z dysfunkcjami

Osoby niewidome, słabowidzące, niesłyszące, słabosłyszące, z niepełnosprawnością ruchową, w tym z afazją, z upośledzeniem umysłowym w stopniu lekkim lub z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera, przystępują do egzaminów eksternistycznych w warunkach i formie dostosowanych do rodzaju ich niepełnosprawności. Osoby te zobowiązane są przedstawić wydane przez lekarza zaświadczenie potwierdzające występowanie danej dysfunkcji.

Dyrektor Centralnej Komisji Egzaminacyjnej opracowuje szczegółową informację o sposobach dostosowania warunków i formy przeprowadzania egzaminów eksternistycznych do potrzeb i możliwości wyżej wymienionych osób i podaje ją do publicznej wiadomości na stronie internetowej CKE, nie później niż do dnia 1 września roku poprzedzającego rok, w którym są przeprowadzane egzaminy eksternistyczne.

Na podstawie wydanego przez lekarza zaświadczenia potwierdzającego występowanie danej dysfunkcji oraz szczegółowej informacji, o której mowa powyżej, dyrektor komisji okręgowej (lub upoważniona przez niego osoba) wskazuje sposób lub sposoby dostosowania warunków

i formy przeprowadzania egzaminu eksternistycznego do potrzeb i możliwości osoby z dysfunkcją/dysfunkcjami przystępującej do egzaminu eksternistycznego. Wyżej wymienione zaświadczenie przedkłada się dyrektorowi komisji okręgowej wraz z wnioskiem o dopuszczenie do egzaminów.

Zdający, który jest chory, w czasie trwania egzaminu eksternistycznego może korzystać ze sprzętu medycznego i leków koniecznych do stosowania w danej chorobie.

II WYMAGANIA EGZAMINACYJNE

II.1. Wiadomości wstępne

Zakres wiadomości i umiejętności sprawdzanych na egzaminie eksternistycznym z przedmiotów ogólnokształcących wyznaczają wymagania ogólne i szczegółowe określone w podstawie programowej kształcenia ogólnego, wprowadzonej rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. z 30 sierpnia 2012 r., poz. 977). Zgodnie z zapisami w podstawie programowej, podczas kształcenia w gimnazjum wymaga się wiadomości i umiejętności nabytych nie tylko na III etapie kształcenia, ale także na wcześniejszych etapach edukacyjnych.

II.2. Wymagania

Wiadomości i umiejętności przewidziane dla uczących się w gimnazjum opisano w podstawie programowej – zgodnie z ideą europejskich ram kwalifikacji – w języku efektów kształcenia¹. Cele kształcenia sformułowane są w języku wymagań ogólnych, a treści nauczania oraz oczekiwane umiejętności uczących się sformułowane są w języku wymagań szczegółowych.

II.2.1. Cele kształcenia – wymagania ogólne z przedmiotu *matematyka* w gimnazjum

I. Wykorzystanie i tworzenie informacji

Zdający interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji

Zdający używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.

¹ Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady Europy z dnia 23 kwietnia 2008 r. w sprawie ustanowienia europejskich ram kwalifikacji dla uczenia się przez całe życie (2008/C111/01).

III. Modelowanie matematyczne

Zdający dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.

IV. Użycie i tworzenie strategii

Zdający stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.

V. Rozumowanie i argumentacja

Zdający prowadzi proste rozumowanie, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

II.2.2. Treści nauczania – wymagania szczegółowe z przedmiotu *matematyka* w gimnazjum

1. Liczby wymierne dodatnie. Zdający:

- 1) odczytuje i zapisuje liczby naturalne dodatnie w systemie rzymskim (w zakresie do 3000),
- 2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne zapisane w postaci ułamków zwykłych lub rozwinięć dziesiętnych skończonych zgodnie z własną strategią obliczeń (także z wykorzystaniem kalkulatora),
- 3) zamienia ułamki zwykłe na ułamki dziesiętne (także okresowe), zamienia ułamki dziesiętne skończone na ułamki zwykłe,
- 4) zaokrągla rozwinięcia dziesiętne liczb,
- 5) oblicza wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających ułamki zwykłe i dziesiętne,
- 6) szacuje wartości wyrażeń arytmetycznych,
- 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek (jednostek prędkości, gęstości itp.).

2. Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie). Zdający:

- 1) interpretuje liczby wymierne na osi liczbowej. Oblicza odległość między dwiema liczbami na osi liczbowej,
- 2) wskazuje na osi liczbowej zbiór liczb spełniających warunek typu: $x \geq 3$, $x < 5$,
- 3) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne,

4) oblicza wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby wymierne.

3. Potęgi. Zdający:

1) oblicza potęgi liczb wymiernych o wykładnikach naturalnych,

2) zapisuje w postaci jednej potęgi: iloczyny i iloraz potęg o takich samych podstawach, iloczyny i ilorazy potęg o takich samych wykładnikach oraz potęgę potęgi (przy wykładnikach naturalnych),

3) porównuje potęgi o różnych wykładnikach naturalnych i takich samych podstawach oraz porównuje potęgi o takich samych wykładnikach naturalnych i różnych dodatnich podstawach,

4) zamienia potęgi o wykładnikach całkowitych ujemnych na odpowiednie potęgi o wykładnikach naturalnych,

5) zapisuje liczby w notacji wykładniczej, tzn. w postaci $a \cdot 10^k$, gdzie $1 \leq a < 10$ oraz k jest liczbą całkowitą.

4. Pierwiastki. Zdający:

1) oblicza wartości pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych,

2) wyłącza czynnik przed znak pierwiastka oraz włącza czynnik pod znak pierwiastka,

3) mnoży i dzieli pierwiastki drugiego stopnia,

4) mnoży i dzieli pierwiastki trzeciego stopnia.

5. Procenty. Zdający:

1) przedstawia część pewnej wielkości jako procent lub promil tej wielkości i odwrotnie,

2) oblicza procent danej liczby,

3) oblicza liczbę na podstawie danego jej procentu,

4) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, np. oblicza ceny po podwyżce lub obniżce o dany procent, wykonuje obliczenia związane z VAT, oblicza odsetki dla lokaty rocznej.

6. Wyrażenia algebraiczne. Zdający:

1) opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami,

2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych,

3) redukuje wyrazy podobne w sumie algebraicznej,

4) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne,

5) mnoży jednomiany, mnoży sumę algebraiczną przez jednomian oraz, w nietrudnych przykładach, mnoży sumy algebraiczne,

6) wyłącza wspólny czynnik z wyrazów sumy algebraicznej poza nawias,

7) wyznacza wskazaną wielkość z podanych wzorów, w tym geometrycznych i fizycznych.

7. Równania. Zdający:

1) zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi,

2) sprawdza, czy dana liczba spełnia równanie stopnia pierwszego z jedną niewiadomą,

3) rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą,

4) zapisuje związki między nieznanymi wielkościami za pomocą układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi,

5) sprawdza, czy dana para liczb spełnia układ dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi,

6) rozwiązuje układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi,

7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

8. Wykresy funkcji. Zdający:

1) zaznacza w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty o danych współrzędnych,

2) odczytuje współrzędne danych punktów,

3) odczytuje z wykresu funkcji: wartość funkcji dla danego argumentu, argumenty dla danej wartości funkcji, dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, dla jakich ujemne, a dla jakich zero,

4) odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji (w tym wykresów opisujących zjawiska występujące w przyrodzie, gospodarce, życiu codziennym),

5) oblicza wartości funkcji podanych nieskomplikowanym wzorem i zaznacza punkty należące do jej wykresu.

9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Zdający:

1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów,

2) wyszukuje, selekcionuje i porządkuje informacje z dostępnych źródeł,

3) przedstawia dane w tabeli, za pomocą diagramu słupkowego lub kołowego,

- 4) wyznacza średnią arytmetyczną i medianę zestawu danych,
- 5) analizuje proste doświadczenia losowe (np. rzut kostką, rzut monetą, wyciąganie losu) i określa prawdopodobieństwa najprostszych zdarzeń w tych doświadczeniach (prawdopodobieństwo wypadnięcia orła w rzucie monetą, dwójki lub szóstki w rzucie kostką itp.).

10. Figury płaskie. Zdający:

- 1) korzysta ze związków między kątami utworzonymi przez prostą przecinającą dwie proste równoległe,
- 2) rozpoznaje wzajemne położenie prostej i okręgu, rozpoznaje styczną do okręgu,
- 3) korzysta z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności,
- 4) rozpoznaje kąty środkowe,
- 5) oblicza długość okręgu i łuku okręgu,
- 6) oblicza pole koła, pierścienia kołowego, wycinka kołowego,
- 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa,
- 8) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i w trapezach,
- 9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów,
- 10) zamienia jednostki pola,
- 11) oblicza wymiary wielokąta powiększonego lub pomniejszonego w danej skali,
- 12) oblicza stosunek pól wielokątów podobnych,
- 13) rozpoznaje wielokąty przystające i podobne,
- 14) stosuje cechy przystawania trójkątów,
- 15) korzysta z własności trójkątów prostokątnych podobnych,
- 16) rozpoznaje pary figur symetrycznych względem prostej i względem punktu; rysuje pary figur symetrycznych,
- 17) rozpoznaje figury, które mają oś symetrii, i figury, które mają środek symetrii; wskazuje oś symetrii i środek symetrii figury,
- 18) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta,
- 19) konstruuje symetralną odcinka i dwusieczną kąta,
- 20) konstruuje kąty o miarach 60° , 30° , 45° ,
- 21) konstruuje okrąg opisany na trójkącie oraz okrąg wpisany w trójkąt,

22) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności.

11. Bryły. Zdający:

- 1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy prawidłowe,
- 2) oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego, ostrosłupa, walca, stożka, kuli (także w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym),
- 3) zamienia jednostki objętości.

III OPIS EGZAMINU

III.1. Forma i zakres egzaminu

Egzamin eksternistyczny z zakresu gimnazjum z przedmiotu *matematyka* jest egzaminem pisemnym, sprawdzającym wiadomości i umiejętności określone w podstawie programowej, przytoczone w rozdziale II niniejszego informatora. Osoba przystępująca do egzaminu rozwiązuje zadania zawarte w jednym arkuszu egzaminacyjnym.

III.2. Czas trwania egzaminu

Egzamin trwa **120** minut.

III.3. Arkusz egzaminacyjny

Arkusz egzaminacyjny z matematyki składa się z zadań z zakresu wykorzystania i tworzenia informacji, wykorzystywania i interpretowania reprezentacji, modelowania matematycznego, użycia i tworzenia strategii oraz rozumowania i argumentacji. Zadania zawarte w arkuszu sprawdzają rozumienie pojęć i badają umiejętność ich zastosowania w sytuacjach o charakterze problemowym.

Arkusz egzaminacyjny z matematyki składa się z różnego rodzaju zadań zamkniętych i otwartych.

Wśród zadań zamkniętych mogą wystąpić:

- zadania wyboru wielokrotnego – zdający wybiera poprawną odpowiedź spośród kilku podanych propozycji,
- zadania typu prawda–fałsz – zdający stwierdza prawdziwość lub fałszywość informacji, zdań, zależności zawartych w zadaniu,

Wśród zadań otwartych mogą wystąpić:

- zadania krótkiej odpowiedzi – zdający formułuje odpowiedź w formie jednego lub kilku działań,
- zadania rozszerzonej odpowiedzi – zdający udziela rozwiniętej odpowiedzi pisemnej, w której przedstawia tok swojego rozumowania.

W arkuszu egzaminacyjnym obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą można uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.

III.4. Zasady rozwiązywania i zapisu rozwiązań

Zdający rozwiązuje zadania bezpośrednio w arkuszu egzaminacyjnym.

Ostatnia strona arkusza egzaminacyjnego jest przeznaczona na brudnopis.

III.5. Zasady sprawdzania i oceniania arkusza egzaminacyjnego

Za organizację procesu sprawdzania i oceniania arkuszy egzaminacyjnych odpowiadają okręgowe komisje egzaminacyjne. Rozwiązania zadań przez zdających sprawdzają i oceniają zewnątrzni egzaminatorzy powoływani przez dyrektora właściwej okręgowej komisji egzaminacyjnej.

Rozwiązania zadań oceniane są przez egzaminatorów na podstawie jednolitych w całym kraju szczegółowych kryteriów.

Ocenię podlegają tylko te fragmenty pracy, które dotyczą pytań/poleceń. Komentarze, nawet poprawne, wykraczające poza zakres pytań/poleceń, nie podlegają ocenie.

W zadaniach krótkiej odpowiedzi, za które można przyznać tylko jeden punkt, przyznaje się go wyłącznie za odpowiedź w pełni poprawną; jeśli podano więcej odpowiedzi, niż wynika to z polecenia w zadaniu, to zadanie jest ocenione tak jak zadanie źle rozwiązane. Jeśli w zadaniu krótkiej odpowiedzi, oprócz poprawnej odpowiedzi, dodatkowo podano odpowiedź (informację) błędną, sprzeczną z odpowiedzią poprawną, za rozwiązanie zadania nie przyznaje się punktów.

Zapisy w brudnopisie nie są oceniane.

Zadania egzaminacyjne ujęte w arkuszach egzaminacyjnych są oceniane w skali punktowej.

Wyniki egzaminów eksternistycznych z poszczególnych przedmiotów są wyrażane w stopniach według skali stopni szkolnych – od 1 do 6. Przeliczenia liczby punktów uzyskanych na egzaminie eksternistycznym z danego przedmiotu na stopień szkolny dokonuje się w następujący sposób:

- stopień celujący (6) – od 93% do 100% punktów,
- stopień bardzo dobry (5) – od 78% do 92% punktów,
- stopień dobry (4) – od 62% do 77% punktów,

- stopień dostateczny (3) – od 46% do 61% punktów,
- stopień dopuszczający (2) – od 30% do 45% punktów,
- stopień niedostateczny (1) – poniżej 30% punktów.

Wyniki egzaminów eksternistycznych z poszczególnych zajęć edukacyjnych ustala komisja okręgowa na podstawie liczby punktów przyznanych przez egzaminatorów sprawdzających i oceniających dany arkusz egzaminacyjny.

Zdający zdał egzamin eksternistyczny z danego przedmiotu, jeżeli uzyskał z tego egzaminu ocenę wyższą od niedostatecznej.

Wynik egzaminu – wyrażony w skali stopni szkolnych – odnotowuje się na świadectwie ukończenia szkoły wydawanym przez właściwą okręgową komisję egzaminacyjną.

IV PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY

W tym rozdziale prezentujemy **przykładowy** arkusz egzaminacyjny. Zawiera on instrukcję dla zdającego oraz zestaw zadań egzaminacyjnych.

W rozdziale V informatora zamieszczono przykładowe odpowiedzi zdających, kryteria oceniania zadań oraz komentarze.



Centralna Komisja Egzaminacyjna

Arkuszy zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

Układ graficzny © CKE 2010

PESEL (wpisuje zdający)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

GMA-A1-133

EGZAMIN EKSTERNISTYCZNY Z MATEMATYKI

GIMNAZJUM

Czas pracy: 120 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1–24). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
4. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
5. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
6. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla, linijki oraz kalkulatora.
7. Wypełnij tę część karty punktowania, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
8. Na karcie punktowania wpisz swój PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ○ i zaznacz właściwe.
9. Pamiętaj, że w wypadku stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań egzaminacyjnych lub zakłócania prawidłowego przebiegu egzaminu w sposób utrudniający pracę pozostałym osobom zdającym przewodniczący zespołu nadzorującego przerywa i unieważnia egzamin eksternistyczny.

Życzymy powodzenia!

W zadaniach, w których podane są cztery odpowiedzi A, B, C, D, wybierz i podkreśl jedyną poprawną odpowiedź.

Informacje do zadań 1–4.

W finale szkolnych zawodów w skoku w dal wzięło udział czterech zawodników. Każdy z finalistów wykonał po trzy skoki. Zwycięzcą został zawodnik, który wykonał najdłuższy skok. W tabeli przedstawiono wyniki uzyskane przez uczestników tego finału.

Uczestnicy finału	Długość skoku w metrach		
	I próba	II próba	III próba
Zawodnik I	4,83	5,35	5,12
Zawodnik II	5,43	4,46	5,11
Zawodnik III	4,87	5,47	5,26
Zawodnik IV	5,16	4,90	5,24

Zadanie 1. (2 pkt)

Wpisz w wolną rubrykę literę P, jeżeli uważasz, że zdanie jest prawdziwe, albo literę F, jeśli uważasz, że jest fałszywe.

Zdanie	P / F
Skoki o długości powyżej 5 m stanowiły 75% liczby skoków wykonanych w finale zawodów.	
Różnica pomiędzy najdłuższym i najkrótszym skokiem w finale nie przekroczyła 1 m.	

Zadanie 2. (1 pkt)

Szkolne zawody w skoku w dal wygrał zawodnik

- A. I
- B. II
- C. III
- D. IV

Zadanie 3. (1 pkt)

Najmniejszą średnią długość trzech skoków uzyskał zawodnik

- A. I
- B. II
- C. III
- D. IV

Zadanie 4. (1 pkt)

Taką samą średnią długość trzech skoków uzyskali zawodnicy

- A. I i II
- B. I i IV
- C. II i III
- D. III i IV

Zadanie 5. (1 pkt)

Wartość wyrażenia $7^2 - 2\frac{1}{2} \cdot 4 + \sqrt{36}$ jest równa

- A. 10
- B. 22
- C. 33
- D. 45

Zadanie 6. (1 pkt)

Wartość potęgi $(0,4)^3$ jest równa

- A. 0,012
- B. 0,064
- C. 0,12
- D. 0,64

Zadanie 7. (1 pkt)

Liczba $(2^4 \cdot 2^5 : 2^3)^2$ jest równa

- A. 2^5
- B. 2^6
- C. 2^8
- D. 2^{12}

Zadanie 8. (2 pkt)

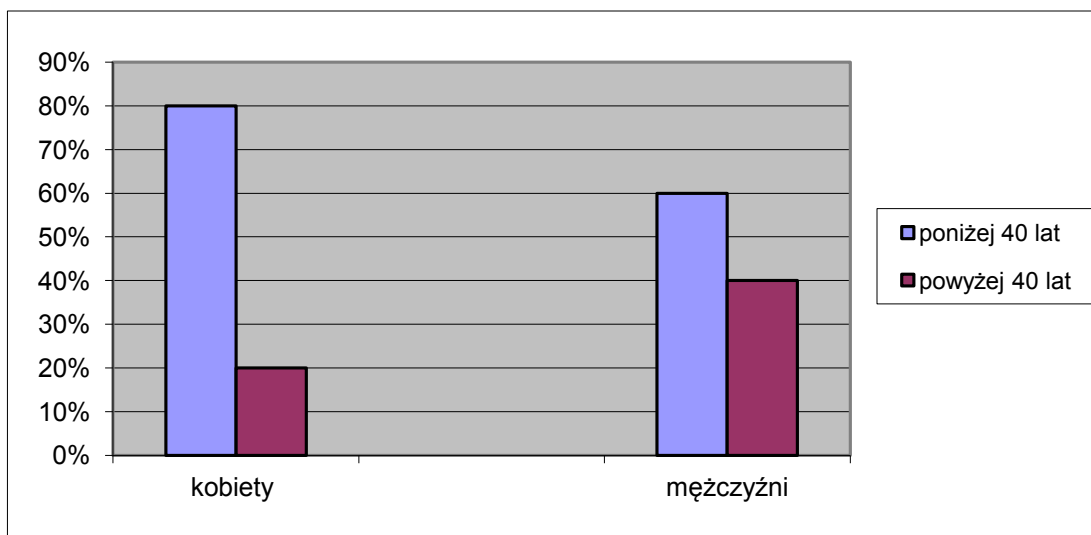
Kasia ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ wybrała losowo jedną liczbę.

Wpisz w wolną rubrykę literę P, jeżeli uważasz, że zdanie jest prawdziwe, albo literę F, jeśli uważasz, że jest fałszywe.

Zdanie	P / F
Prawdopodobieństwo wybrania liczby parzystej jest takie samo jak prawdopodobieństwo wybrania liczby nieparzystej.	
Prawdopodobieństwo wybrania liczby podzielnej przez 3 jest równe $\frac{4}{13}$.	

Informacje do zadań 9–11.

W sondażu Ośrodka Badania Opinii Publicznej (OBOP) wzięło udział 300 kobiet i 200 mężczyzn. Dane dotyczące ich wieku przedstawia diagram słupkowy.



Zadanie 9. (1 pkt)

Ilu mężczyzn poniżej 40 lat wzięło udział w sondażu OBOP?

- A. 60
- B. 120
- C. 180
- D. 240

Zadanie 10. (1 pkt)

Ile procent wszystkich badanych stanowi liczba kobiet powyżej 40 lat?

- A. 12%
- B. 16%
- C. 20%
- D. 48%

Zadanie 11. (1 pkt)

O ile procent liczba kobiet biorących udział w sondażu jest większa od liczby mężczyzn?

- A. 20%
- B. 50%
- C. 100%
- D. 150%

Zadanie 12. (1 pkt)

Po przekształceniu wyrażenia $3(x-4)-2(3x-5)$ otrzymamy

- A. $-3x-2$
- B. $-3x-9$
- C. $-3x-14$
- D. $-3x-22$

Zadanie 13. (1 pkt)

Dla $x=3$ i $y=1$ wyrażenie $-2x+y$ przyjmuje wartość

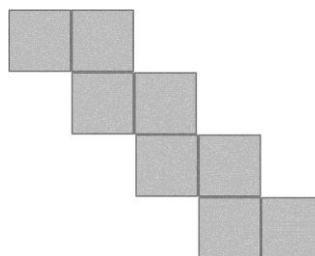
- A. 5
- B. 7
- C. -5
- D. -7

Zadanie 14. (1 pkt)

Pole figury zbudowanej z ośmiu przystających kwadratów (rysunek poniżej) jest równe 392.

Obwód tej figury jest równy

- A. 49
- B. 98
- C. 126
- D. 196



Zadanie 15. (2 pkt)

Drewniany klocek ma kształt prostopadłościanu o wymiarach $2\text{ cm} \times 5\text{ cm} \times 3\text{ cm}$.

Wpisz w wolną rubrykę literę P, jeżeli uważasz, że zdanie jest prawdziwe, albo literę F, jeśli uważasz, że jest fałszywe.

Zdanie	P / F
Pole powierzchni największej ściany tego klocka jest dwa razy większe niż pole powierzchni najmniejszej ściany tego klocka.	
Pole powierzchni całkowitej drewnianego klocka jest równe 62 cm^2 .	

Zadanie 16. (1 pkt)

Działka zajmuje powierzchnię $0,15\text{ ha}$. Jest to

- A. 15 m^2
- B. 150 m^2
- C. 1500 m^2
- D. 15000 m^2

Zadanie 17. (2 pkt)

Prostokąt o wymiarach 7 cm i 4 cm podzielono jednym odcinkiem równoległym do krótszego boku na kwadrat i mniejszy prostokąt.

Wpisz w wolną rubrykę literę P, jeżeli uważasz, że zdanie jest prawdziwe, albo literę F, jeśli uważasz, że jest fałszywe.

Zdanie	P / F
Długość przekątnej mniejszego prostokąta jest równa 5 cm .	
Pole mniejszego prostokąta jest równe $\frac{3}{4}$ pola kwadratu.	

Zadanie 18. (1 pkt)

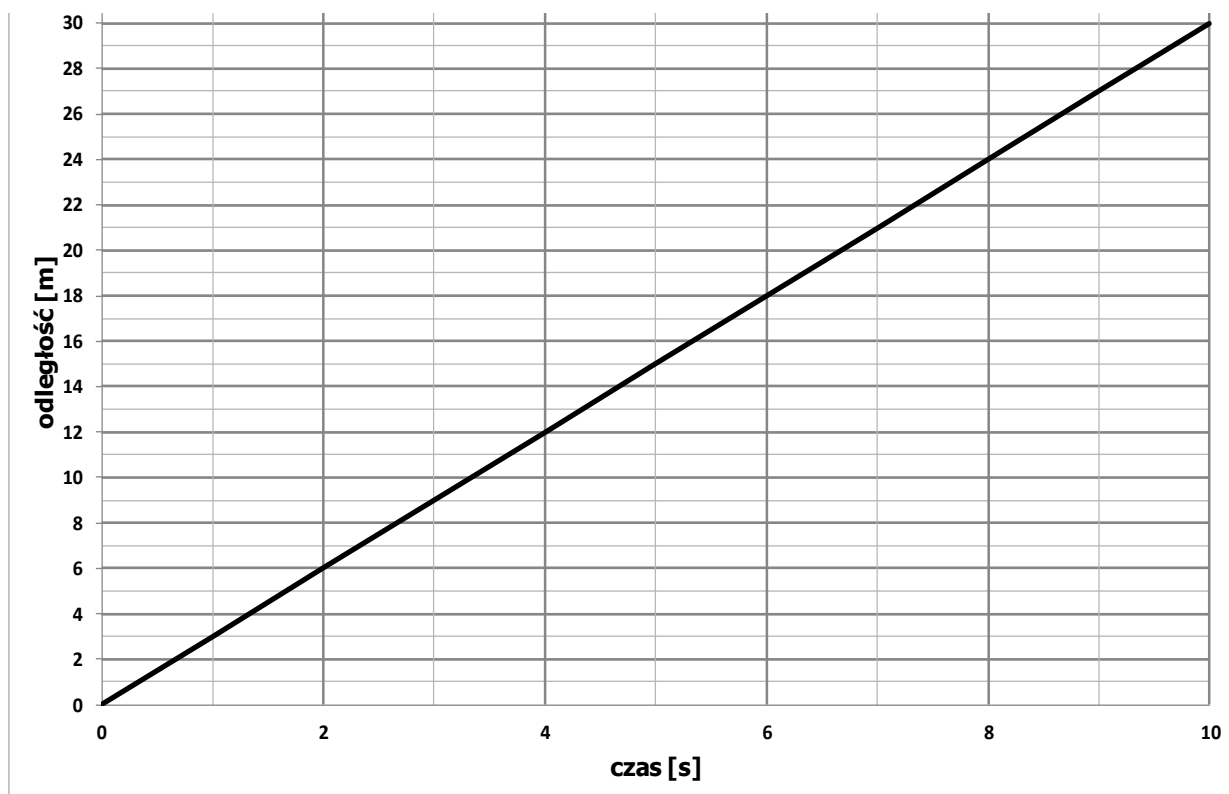
Ostrosłup prawidłowy czworokątny o długości krawędzi podstawy 8 cm ma wysokość równą 6 cm.

Objętość tego ostrosłupa jest równa

- A. 32 cm^3
- B. 96 cm^3
- C. 128 cm^3
- D. 384 cm^3

Zadanie 19. (3 pkt)

Michał biegł z taką samą prędkością od przystanku autobusowego do szkoły. Wykres przedstawia zależność przebytej drogi od czasu biegu.



Na podstawie informacji zawartych na wykresie odpowiedz na pytania.

19.1. Ile czasu Michał biegł od przystanku do szkoły?

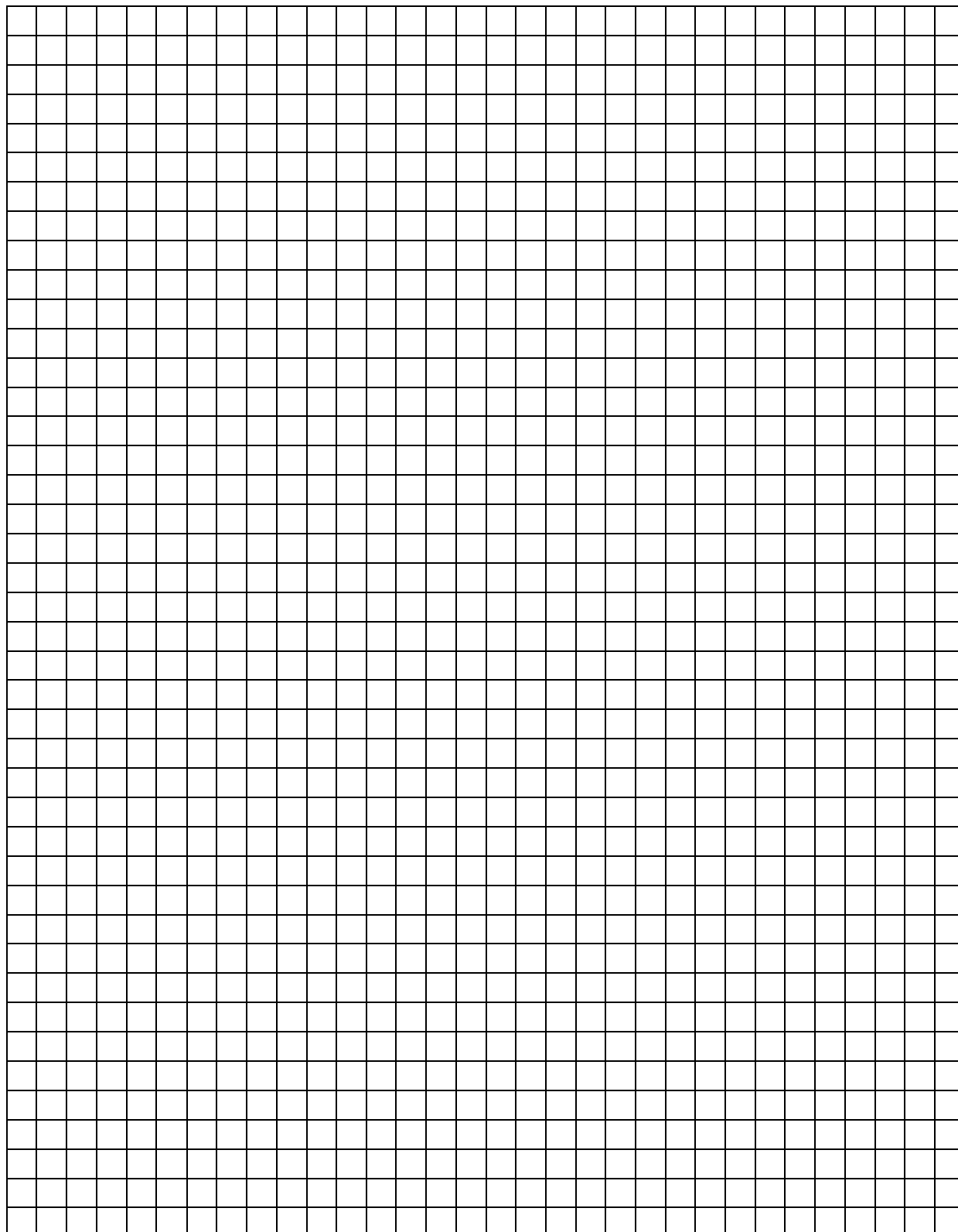
19.2. Ile metrów przebiegał Michał w ciągu każdej sekundy?

19.3. W której sekundzie biegu Michał znajdował się w odległości 12 m od szkoły?

Zadanie 20. (2 pkt)

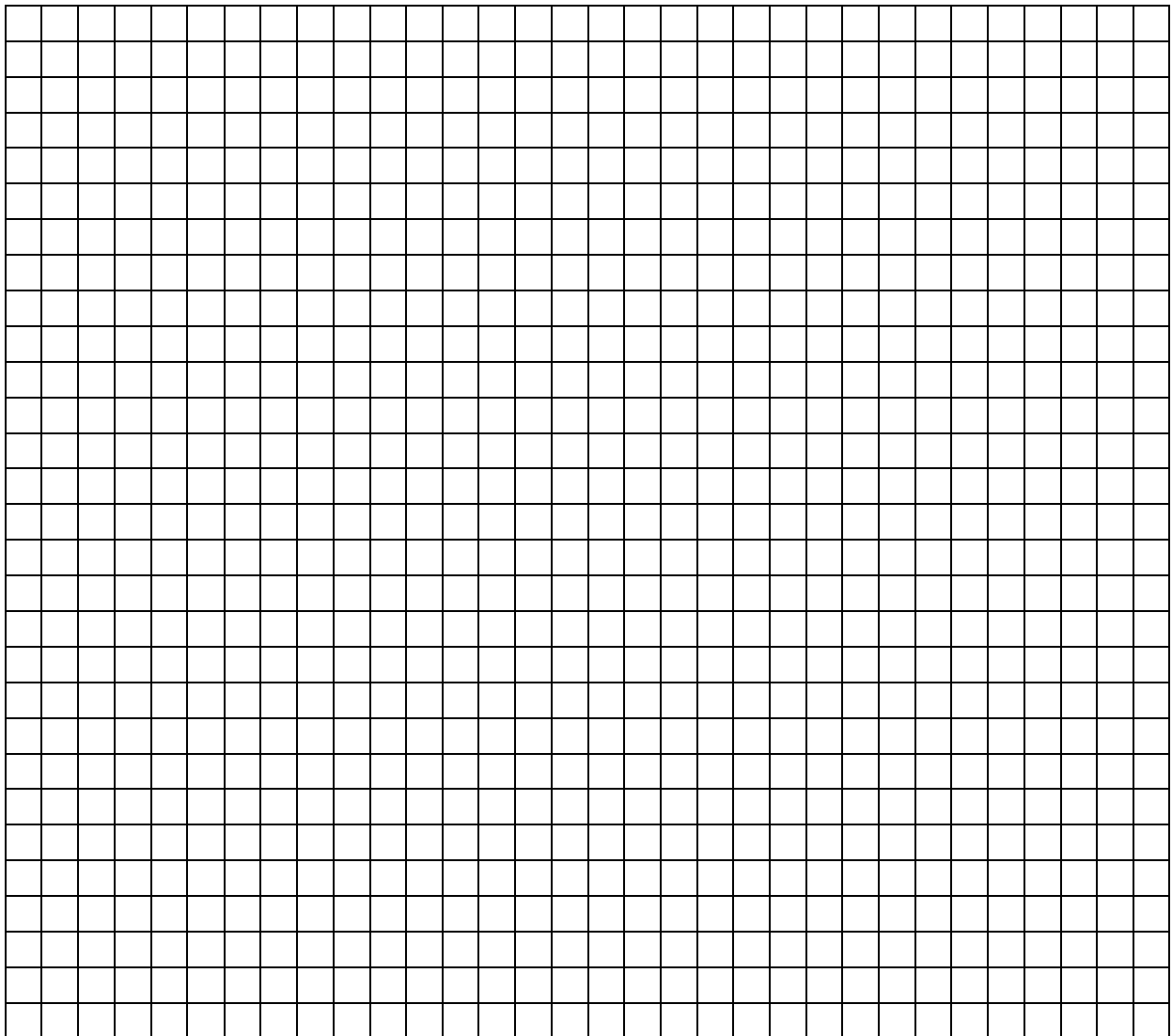
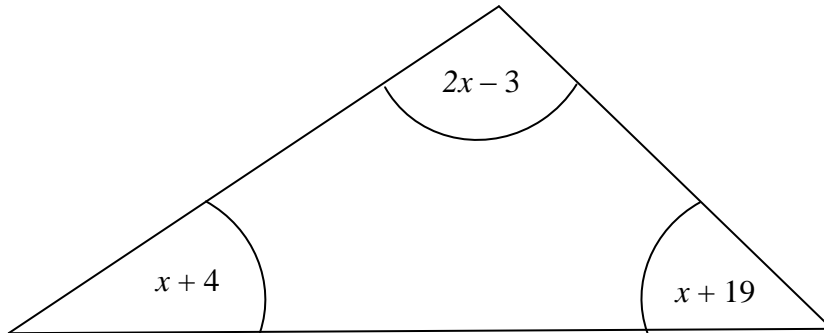
Trzy kolejne liczby naturalne nieparzyste można przedstawić w postaci $2n+1$, $2n+3$, $2n+5$, gdzie n jest liczbą całkowitą nieujemną.

Uzasadnij, że środkowa liczba jest średnią arytmetyczną dwóch pozostałych liczb.



Zadanie 21. (3 pkt)

Miary kątów wewnętrznych pewnego trójkąta, wyrażone w stopniach, oznaczono $(2x - 3)$, $(x + 4)$ oraz $(x + 19)$ (jak na rysunku poniżej). Oblicz miary kątów wewnętrznych tego trójkąta.

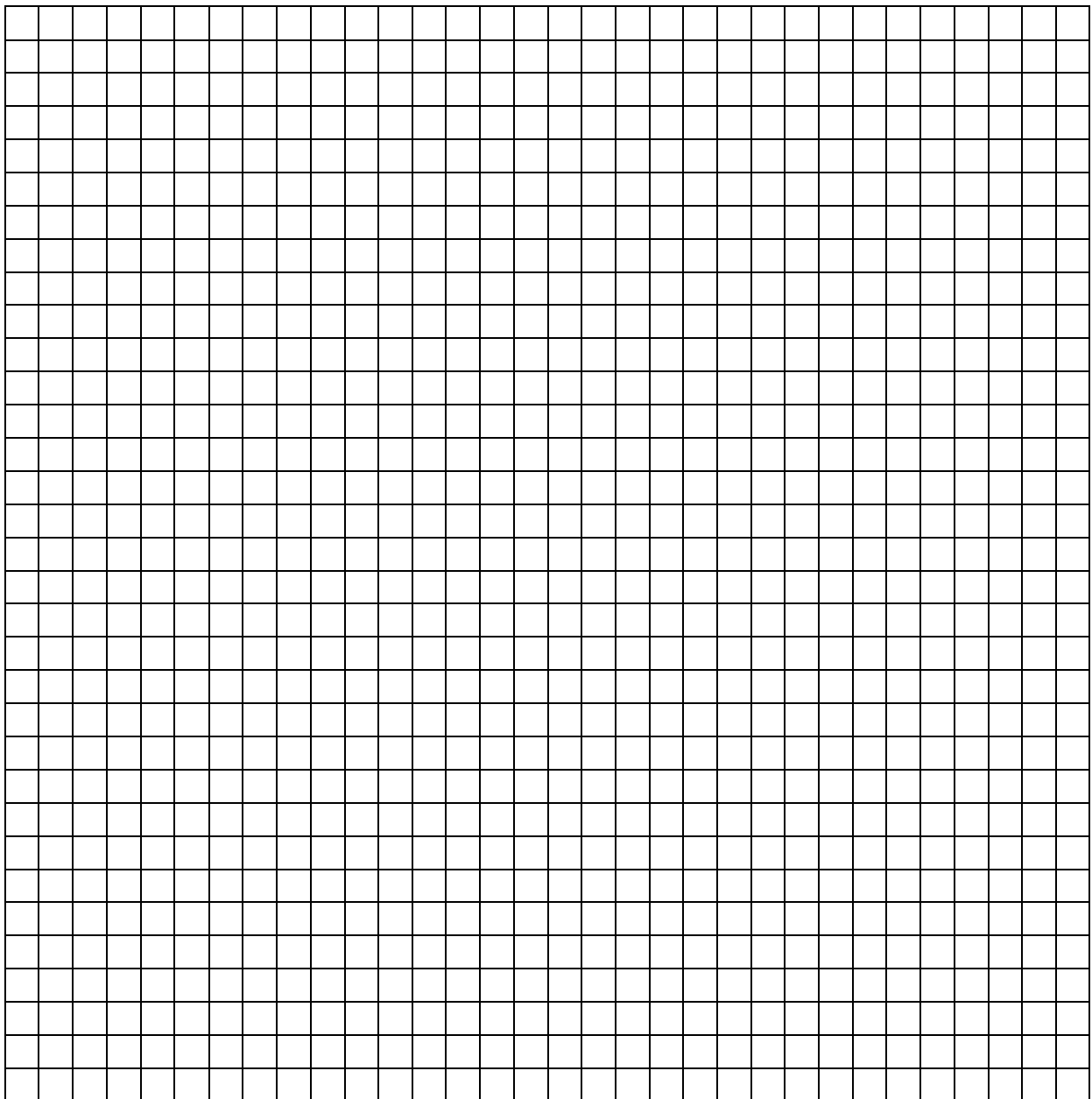
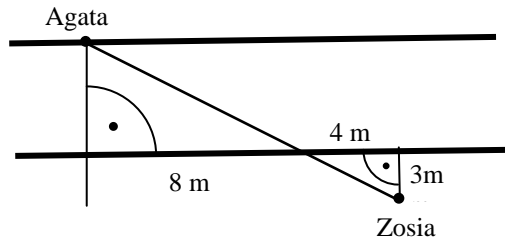


Odpowiedź:

Zadanie 22. (4 pkt)

Agata i Zosia stoją po przeciwnych stronach drogi (zobacz rysunek poniżej).

Oblicz szerokość drogi i odległość między dziewczynkami. Zapisz obliczenia.



Odpowiedź:

Zadanie 24. (3 pkt)

Dla 30 osób zakupiono bilety do teatru, za które zapłacono 2000 zł. Cena biletu dla osoby dorosłej była równa 80 zł, a dla dziecka 40 zł.

Oblicz, dla ilu dorosłych i dla ilu dzieci zakupiono bilety. Zapisz obliczenia.

Odpowiedź:

BRUDNOPIS

V PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIA ZADAŃ ZAMIESZCZONYCH W ARKUSZU EGZAMINACYJNYM I ICH OCENA

Uwaga: Przykładowe wypowiedzi zdających są wiernymi cytataми z arkuszy egzaminacyjnych i mogą zawierać błędy.

Zadanie 1. (2 pkt)

Wpisz w wolną rubrykę literę P, jeżeli uważasz, że zdanie jest prawdziwe, albo literę F, jeśli uważasz, że jest fałszywe.

Poprawne odpowiedzi		Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
Zdający otrzymuje po 1 punkcie za podanie każdej prawidłowej odpowiedzi – łącznie 2 punkty.		
Skoki o długości powyżej 5 m stanowiły 75% liczby skoków wykonanych w finale zawodów.	F	W zawodach oddano 12 skoków, w tym 8 skoków powyżej 5 m. Obliczamy stosunek: $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, porównujemy otrzymany ułamek z liczbą 75%: $\frac{2}{3} < 75\%$ i oceniamy prawdziwość zdania.
Różnica pomiędzy najdłuższym i najkrótszym skokiem w finale nie przekroczyła 1 m.	F	Odczytujemy z tabeli długość skoku najdłuższego (5,47 m) i skoku najkrótszego (4,46 m). Obliczamy różnicę $5,47 - 4,46 = 1,01$ i oceniamy prawdziwość zdania.

Zadanie 2. (1 pkt)

Szkolne zawody w skoku w dal wygrał zawodnik

- A. I
- B. II
- C. III
- D. IV

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
C. III	Z tabeli odczytaliśmy, że najdłuższy oddany skok miał długość 5,47 m i wykonał go zawodnik III. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi C.

Zadanie 3. (1 pkt)

Najmniejszą średnią długość trzech skoków uzyskał zawodnik

- A. I
- B. II
- C. III
- D. IV

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
B. II	Obliczamy średnią arytmetyczną długości skoków każdego z zawodników (I – 5,1 m; II – 5,0 m; III – 5,2 m; IV – 5,1 m), najmniejszą średnią miał zawodnik II. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi B.

Zadanie 4. (1 pkt)

Taką samą średnią długość trzech skoków uzyskali zawodnicy

- A. I i II
- B. I i IV
- C. II i III
- D. III i IV

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
B. I i IV	Po porównaniu średnich arytmetycznych długości skoków każdego z zawodników zaznaczamy odpowiedź B. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi B.

Zadanie 5. (1 pkt)

Wartość wyrażenia $7^2 - 2\frac{1}{2} \cdot 4 + \sqrt{36}$ jest równa

- A. 10
- B. 22
- C. 33
- D. 45

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
D. 45	Wykonujemy działania, zachowując właściwą kolejność: $7^2 - 2\frac{1}{2} \cdot 4 + \sqrt{36} = 49 - \frac{5}{2} \cdot 4 + 6 = 49 - 10 + 6 = 45.$ Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi D.

Zadanie 6. (1 pkt)

Wartość potęgi $(0,4)^3$ jest równa

- A. 0,012
- B. 0,064
- C. 0,12
- D. 0,64

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
B. 0,064	Wykonujemy działanie, np. $(0,4)^3 = 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = 0,064$ lub $\left(\frac{4}{10}\right)^3 = \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{4^3}{10^3} = \frac{64}{1000} = 0,064$. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi B.

Zadanie 7. (1 pkt)

Liczba $(2^4 \cdot 2^5 : 2^3)^2$ jest równa

- A. 2^5
- B. 2^6
- C. 2^8
- D. 2^{12}

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
D. 2^{12}	Wykonujemy działania, zachowując właściwą kolejność, np. $(2^4 \cdot 2^5 : 2^3)^2 = (2^9 : 2^3)^2 = (2^6)^2 = 2^{12}$. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi D.

Zadanie 8. (2 pkt)

Kasia ze zbioru liczb {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13} wybrała losowo jedną liczbę.

Wpisz w wolną rubrykę literę P, jeżeli uważasz, że zdanie jest prawdziwe, albo literę F, jeśli uważasz, że jest fałszywe.

Poprawne odpowiedzi		Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
Zdający otrzymuje po 1 punkcie za podanie każdej prawidłowej odpowiedzi – łącznie 2 punkty.		
Prawdopodobieństwo wybrania liczby parzystej jest takie samo jak prawdopodobieństwo wybrania liczby nieparzystej.	F	W przedstawionym zbiorze jest sześć liczb parzystych i siedem nieparzystych. Prawdopodobieństwo wybrania liczby parzystej jest więc mniejsze niż prawdopodobieństwo wybrania liczby nieparzystej.
Prawdopodobieństwo wybrania liczby podzielnej przez 3 jest równe $\frac{4}{13}$.	P	W podanym trzynastoelementowym zbiorze są cztery liczby podzielne przez 3 (3, 6, 9, 12). Prawdopodobieństwo wybrania liczby podzielnej przez 3 jest więc równe $\frac{4}{13}$.

Zadanie 9. (1 pkt)

Ilu mężczyzn poniżej 40 lat wzięło udział w sondażu OBOP?

- A. 60
- B. 120
- C. 180
- D. 240

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
B. 120	W badaniu wzięło udział 200 mężczyzn, a 60% z nich to mężczyźni poniżej 40 roku życia. $60\% \cdot 200 = 120$ Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi B.

Zadanie 10. (1 pkt)

Ile procent wszystkich badanych stanowi liczba kobiet powyżej 40 lat?

- A. 12%
- B. 16%
- C. 20%
- D. 48%

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
A. 12%	<p>W badaniu wzięło udział 300 kobiet, z czego 20% to kobiety powyżej 40 roku życia.</p> $20\% \cdot 300 = 60$ $\frac{60}{500} = \frac{12}{100} = 12\% .$ <p>Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi A.</p>

Zadanie 11. (1 pkt)

O ile procent liczba kobiet biorących udział w sondażu jest większa od liczby mężczyzn?

- A. 20%
- B. 50%
- C. 100%
- D. 150%

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
B. 50%	<p>Stosunek liczby kobiet biorących udział w badaniu do liczby mężczyzn jest równy $\frac{300}{200} = \frac{3}{2} = 150\% .$</p> <p>Kobiet jest o 50% więcej niż mężczyzn.</p> <p>Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi B.</p>

Zadanie 12. (1 pkt)

Po przekształceniu wyrażenia $3(x-4)-2(3x-5)$ otrzymamy

- A. $-3x-2$
- B. $-3x-9$
- C. $-3x-14$
- D. $-3x-22$

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
A. $-3x-2$	Wykonujemy działania: $3(x-4)-2(3x-5) = 3x-12-6x+10 = -3x-2$ Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi A.

Zadanie 13. (1 pkt)

Dla $x=3$ i $y=1$ wyrażenie $-2x+y$ przyjmuje wartość

- A. 5
- B. 7
- C. -5
- D. -7

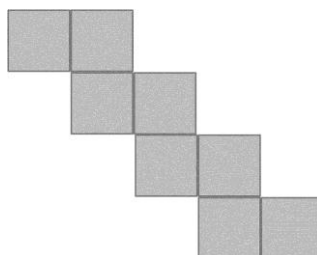
Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
C. -5	Obliczamy wartość wyrażenia dla $x=3$ i $y=1$: $-2 \cdot 3 + 1 = -5$. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi C.

Zadanie 14. (1 pkt)

Pole figury zbudowanej z ośmiu przystających kwadratów (rysunek poniżej) jest równe 392.

Obwód tej figury jest równy

- A. 49
- B. 98
- C. 126
- D. 196



Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
C. 126	Figura jest zbudowana z 8 kwadratów. Obliczamy pole jednego kwadratu: $392 : 8 = 49$. Bok kwadratu ma długość 7. Obwód figury jest równy $18 \cdot 7 = 126$. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi C.

Zadanie 15. (2 pkt)

Drewniany klocek ma kształt prostopadłościanu o wymiarach $2 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$.

Wpisz w wolną rubrykę literę P, jeżeli uważasz, że zdanie jest prawdziwe, albo literę F, jeśli uważasz, że jest fałszywe.

Poprawne odpowiedzi	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
Zdający otrzymuje po 1 punkcie za podanie każdej prawidłowej odpowiedzi – łącznie 2 punkty.	
Pole powierzchni największej ściany tego klocka jest dwa razy większe niż pole powierzchni najmniejszej ściany tego klocka.	F Obliczamy pole powierzchni największej i najmniejszej ściany klocka. Pole największej ściany: $5 \cdot 3 = 15$. Pole najmniejszej ściany: $2 \cdot 3 = 6$. Obliczamy stosunek pól $\frac{15}{6} = 2,5$ i oceniamy prawdziwość zdania.
Pole powierzchni całkowitej drewnianego klocka jest równe 62 cm^2 .	P Obliczamy pole powierzchni całkowitej klocka: $P = 2 \cdot (2 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5) = 62$ i oceniamy prawdziwość zdania.

Zadanie 16. (1 pkt)

Działka zajmuje powierzchnię 0,15 ha. Jest to

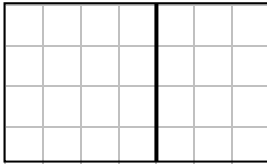
- A. 15 m²
- B. 150 m²
- C. 1500 m²
- D. 15000 m²

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
C. 1500 m ²	Wykonujemy proste przeliczenie: $0,15 \text{ ha} = 0,15 \cdot 10000 \text{ m}^2 = 1500 \text{ m}^2$. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi C.

Zadanie 17. (2 pkt)

Prostokąt o wymiarach 7 cm i 4 cm podzielono jednym odcinkiem równoległym do krótszego boku na kwadrat i mniejszy prostokąt.

Wpisz w wolną rubrykę literę P, jeżeli uważasz, że zdanie jest prawdziwe, albo literę F, jeśli uważasz, że jest fałszywe.

Poprawne odpowiedzi	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
Zdający otrzymuje po 1 punkcie za podanie każdej prawidłowej odpowiedzi – łącznie 2 punkty.	
Długość przekątnej mniejszego prostokąta jest równa 5 cm.	<div style="text-align: center;">  </div> <p>P</p> <p>Po podzieleniu prostokąta otrzymujemy kwadrat 4 cm × 4 cm oraz prostokąt 3 cm × 4 cm. Długość przekątnej mniejszego prostokąta jest równa $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.</p>
Pole mniejszego prostokąta jest równe $\frac{3}{4}$ pola kwadratu.	<p>P</p> <p>Pole kwadratu jest równe 16 cm², a pole mniejszego prostokąta 12 cm². Obliczamy stosunek pola mniejszego prostokąta do pola kwadratu $\frac{P_p}{P_k} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$, stąd $P_p = \frac{3}{4} P_k$.</p>

Zadanie 18. (1 pkt)

Ostrosłup prawidłowy czworokątny o długości krawędzi podstawy 8 cm ma wysokość równą 6 cm.

Objętość tego ostrosłupa jest równa

- A. 32 cm³
- B. 96 cm³
- C. 128 cm³
- D. 384 cm³

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
C. 128 cm ³	Obliczamy objętość ostrosłupa ze wzoru: $V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot h$: $V = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 6 = 128$. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi C.

Zadanie 19. (3 pkt)

Michał biegł z taką samą prędkością od przystanku autobusowego do szkoły. Wykres przedstawia zależność przebytej drogi od czasu biegu.

Na podstawie informacji zawartych na wykresie odpowiedz na pytania.

- 19.1. Ile czasu Michał biegł od przystanku do szkoły?
- 19.2. Ile metrów przebiegał Michał w ciągu każdej sekundy?
- 19.3. W której sekundzie biegu Michał znajdował się w odległości 12 m od szkoły?

Poprawne odpowiedzi	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
Zdający otrzymuje po 1 punkcie za podanie każdej prawidłowej odpowiedzi – łącznie 3 punkty.	
19.1. Ile czasu Michał biegł od przystanku do szkoły? 10 sekund.	Z wykresu odczytujemy odpowiedź: 10 sekund.
19.2. Ile metrów przebiegał Michał w ciągu każdej sekundy? 3 m.	W ciągu każdych 2 s Michał przebiegał 6 m, więc w ciągu jednej sekundy pokonywał 3 m.
19.3. W której sekundzie biegu Michał znajdował się w odległości 12 m od szkoły? W szóstej.	Michał będzie miał jeszcze do pokonania 12 m w szóstej sekundzie biegu.

Zadanie 20. (2 pkt)

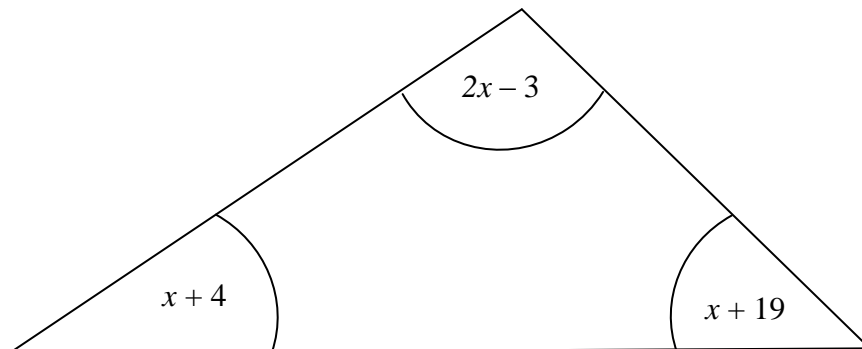
Trzy kolejne liczby naturalne nieparzyste można przedstawić w postaci $2n+1$, $2n+3$, $2n+5$, gdzie n jest liczbą całkowitą nieujemną.

Uzasadnij, że środkowa liczba jest średnią arytmetyczną dwóch pozostałych liczb.

Zdający	Przykładowe odpowiedzi zdających	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
<p>Zdający otrzymuje: 0 punktów – za brak rozwiązania albo rozwiązanie zawierające rażące błędy merytoryczne, 1 punkt – za poprawne zapisanie średniej arytmetycznej dwóch skrajnych liczb, 1 punkt – za poprawne przekształcenie wyrażenia do postaci $2n+3$, 2 punkty – za poprawne rozwiązanie zadania inną metodą.</p>		
A	$\frac{(2n+1)+(2n+5)}{2} = \frac{4n+6}{2} = 2n+3$	Zdający A bezbłędnie rozwiązał zadanie i otrzymał 2 punkty.
B	$\frac{(2n+1)+(2n+5)}{2} = \frac{2n+6}{2} = 2n+3$	Zdający B poprawnie zapisał opisaną w treści zadania zależność $\frac{(2n+1)+(2n+5)}{2}$ i za to otrzymał 1 punkt, ale w dalszym rozwiązaniu popełnił błędy, redukując wyrazy podobne i skracając ułamek algebraiczny. Zdający otrzymał 1 punkt.
C	$\frac{5+9}{2} = \frac{14}{2} = 7$ Odp. 7 jest liczbą, która jest średnią arytmetyczną liczb 5 i 9.	Zdający C pokazał w swoim rozwiązaniu przykład trzech liczb, które spełniają warunki zadania. Jednak nie uzasadnił, że własność zachodzi dla każdej liczby całkowitej nieujemnej. Otrzymał za rozwiązanie 0 punktów.

Zadanie 21. (3 pkt)

Miary kątów wewnętrznych pewnego trójkąta wyrażone w stopniach oznaczono $(2x-3)$, $(x+4)$ oraz $(x+19)$ (jak na rysunku poniżej). Oblicz miary kątów wewnętrznych tego trójkąta. – k



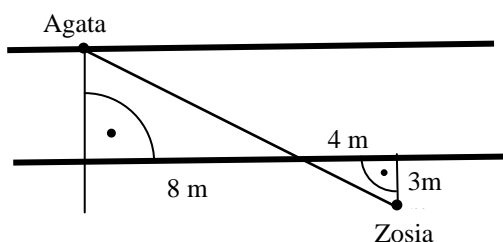
Zdający	Przykładowe odpowiedzi zdających	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
<p>Zdający otrzymuje:</p> <p>0 punktów – za brak rozwiązania albo rozwiązanie zawierające rażące błędy merytoryczne, 1 punkt – za poprawne ułożenie równania opisującego sumę kątów trójkąta, 1 punkt – za poprawne rozwiązanie równania, 1 punkt – za poprawne obliczenie miar kątów wewnętrznych trójkąta, 3 punkty – za poprawne rozwiązanie zadania inną metodą.</p>		
A	$180 = (x+19) + (x+4) + (2x-3)$ $180 = 4x + 20$ $180 - 20 = 4x$ $160 = 4x$ $40 = x$ $\alpha = 40 + 19 = 59^\circ$ $\beta = 40 + 4 = 44^\circ$ $\gamma = 2 \cdot 40 - 3 = 77^\circ$	Zdający A bezbłędnie rozwiązał zadanie i otrzymał 3 punkty.
B	$180^\circ \rightarrow \text{suma miar wszystkich kątów w trójkącie}$ $180 = (2x-3) + (x+4) + (x-19)$ $180 + 3 - 4 + 19 = 2x + x + x$ $179 + 19 = 4x$ $198 = 4x$ $49,5 = x$ $2x - 3 = 2 \cdot 49,5 - 3 = 96$ $x + 4 = 49,5 + 4 = 53,5$ $x + 19 = 49,5 + 19 = 68,5$	Zdający B zapisał równanie wynikające z sumy kątów w trójkącie, ale popełnił błąd, przepisując wyrażenie opisujące miarę jednego z kątów (zapisał $x-19$). Dalsza część rozwiązania jest bezbłędna, a różnice w odpowiedziach są konsekwencją wcześniej popełnionego błędu. Zdający otrzymał 2 punkty.
C	$180 = (2x-3) + (x+4) + (x+19)$ $180 = 2x + 3 - x - 4 - x - 19$ $180 + 4 + 19 - 3 = 2x - x - x$	Zdający C poprawnie zapisał równanie wynikające z sumy kątów trójkąta. Jednak dalsze

	$200 = -x$ $x = -200$	przekształcenia zawierają wiele błędów. Zdający otrzymał za rozwiązanie 1 punkt.
D	$\alpha = 360 - 19 = 341^\circ - x$ $\beta = 360 + 3 = 364^\circ - 2x$ $\gamma = 360 - 4 = 356^\circ - x$	Zdający przyjął złą metodę rozwiązania. Zdający otrzymał 0 punktów.

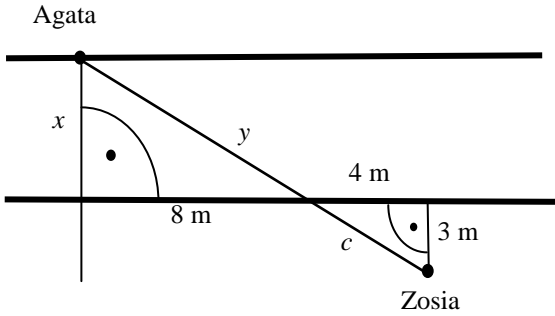
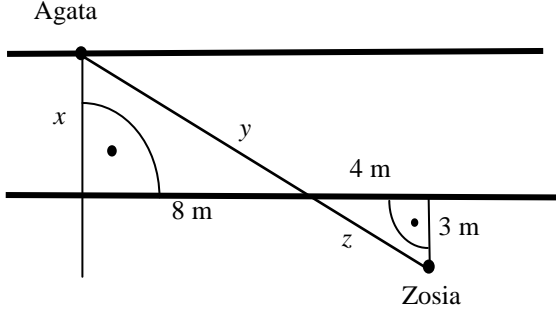
Zadanie 22. (4 pkt)

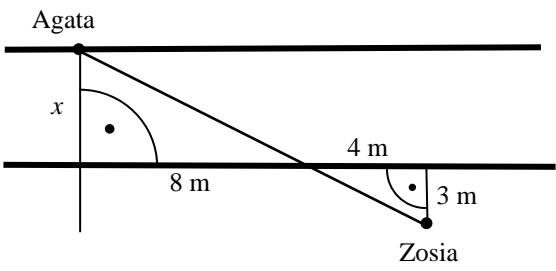
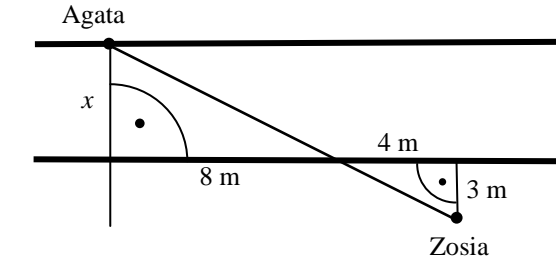
Agata i Zosia stoją po przeciwnych stronach drogi (zobacz rysunek poniżej).

Oblicz szerokość drogi i odległość między dziewczynkami. Zapisz obliczenia.

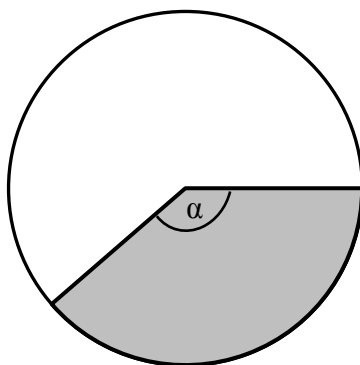


Zdający	Przykładowe odpowiedzi zdających	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
	Zdający otrzymuje: 0 punktów – za brak rozwiązania albo rozwiązanie zawierające rażące błędy merytoryczne, 1 punkt – za zapisanie równania pozwalającego obliczyć szerokość drogi, 1 punkt – za poprawne obliczenie szerokości drogi, 1 punkt – za poprawne obliczenie długości jednego z odcinków, z których składa się odległość między dziewczynkami, 1 punkt – za poprawne obliczenie odległości między dziewczynkami, 4 punkty – za poprawne rozwiązanie zadania inną metodą.	
A	 $\frac{8}{4} = \frac{x}{3} \quad x = \frac{24}{4} \quad x = 6$ $8^2 + 6^2 = y^2 \quad 64 + 36 = y^2 \quad 100 = y^2$ $y = 10$ $10 \text{ m} + 5 \text{ m} = 15 \text{ m}$ $c = 5 \text{ m} \text{ ponieważ trójkąt prostokątny o długości boków } 3, 4, 5 \text{ jest trójkątem}$	Zdający A bezbłędnie rozwiązał zadanie i otrzymał 4 punkty.

	<p>pitagorejskim. <i>Odp. Szerokość drogi to 6 m, odległość między dziewczynkami jest równa 15 m.</i></p>	
B	 <p> $4^2 + 3^2 = c^2$ $25 = c^2 \quad c = 5 \text{ m}$ <i>Trójkąty prostokątne są podobne.</i> $\frac{8}{4} = 2$ $x = 2 \cdot 3 = 6$ $y = 2 \cdot 5 = 10$ <i>Odp. Szerokość drogi to 6 m, a odległość między dziewczynkami to 10 m.</i> </p>	<p>Zdający B zastosował twierdzenie Pitagorasa do obliczenia długości odcinka c. Z podobieństwa trójkątów prostokątnych obliczył skalę podobieństwa $k = 2$ ($\frac{8}{4} = 2$) i wykorzystał podobieństwo do obliczenia długości odcinków x oraz y. Nie obliczył jednak prawidłowo odległości między dziewczynkami. Zdający otrzymał za rozwiązanie 3 punkty.</p>
C	 <p> $\frac{x}{3} = \frac{8}{4} \quad x = \frac{24}{4} = 6$ $4^2 - 3^2 = z^2$ $16 - 9 = z^2 \quad 5 = z^2 \quad z = 5 \text{ m}$ $y = 36 + 64 \quad y = 100$ $W = z + y \quad W = 5 + 100 = 105$ <i>Odp. Agata i Zosia stoją w odległości 105 m, a droga ma szerokość 6 m.</i> </p>	<p>Zdający C poprawnie obliczył szerokość drogi. W dalszej części rozwiązania popełnił dwa razy błąd w zapisie równania wynikającego z twierdzenia Pitagorasa i tym samym źle obliczył odległość między dziewczynkami. Zdający otrzymał za rozwiązanie 2 punkty.</p>

<p>D</p>	 <p> $\frac{x}{8} = \frac{3}{4}$ $x = \frac{8 \cdot 3}{4}$ $x = \frac{24}{4}$ $x = 6$ Odpowiedź: Szerokość drogi to 6 m. </p>	<p>Zdający D poprawnie obliczył szerokość drogi, korzystając z podobieństwa trójkątów prostokątnych, i na tym zakończył rozwiązanie. Zdający otrzymał 1 punkt.</p>
<p>E</p>	 <p> $x^2 = 6^2 + 8^2$ $x^2 = 36 + 64$ $x^2 = 100$ $x = \sqrt{100}$ $x = 10$ Odpowiedź: Szerokość drogi to 10 m. </p>	<p>Zdający E zapisał nieprawidłowe równanie $x^2 = 6^2 + 8^2$ i podał złą odpowiedź. Zdający otrzymał za rozwiązanie 0 punktów.</p>

Zadanie 23. (3 pkt)



Pole zamalowanego na rysunku wycinka koła jest równe $\frac{3}{8}$ pola koła.

23.1. Oblicz, ile stopni ma kąt α zaznaczony na rysunku. Zapisz obliczenia.

23.2. Oblicz długość łuku zamalowanego na rysunku wycinka kołowego, jeśli średnica koła ma długość 14 cm. Przyjmij $\pi = \frac{22}{7}$. Zapisz obliczenia.

Zdający	Przykładowe odpowiedzi zdających	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
<p>Zdający otrzymuje: 0 punktów – za brak rozwiązania albo rozwiązanie zawierające rażące błędy merytoryczne, 1 punkt – za poprawne obliczenie miary kąta środkowego α, 1 punkt – za zastosowanie prawidłowej metody obliczenia długości łuku, 1 punkt – za poprawne obliczenie długości łuku i zapisanie wyniku z jednostką, 3 punkty – za poprawne rozwiązanie zadania inną metodą.</p>		
A	<p>23.1. $360 : 8 = 45$ $3 \cdot 45 = 135$ <i>Odpowiedź: Kąt α ma miarę 135°.</i></p> <p>23.2. $r = 7 \text{ cm}$ $l = \frac{3}{8} \cdot 2\pi r$ $l = \frac{3}{8} \cdot 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 7$ $l = \frac{33}{2}$.</p>	<p>Zdający A bezbłędnie rozwiązał obie części zadania i otrzymał 3 punkty.</p>
B	<p>23.1. $360 : 8 = 45$ $3 \cdot 45 = 135$ $\frac{3}{8} = \frac{135}{360}$ <i>Odpowiedź: Kąt $\alpha = 135^\circ$.</i></p> <p>23.2. $l = 2\pi r \cdot \frac{135}{360}$ $l = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 7 \cdot \frac{135}{360}$ $l = 33 \text{ cm}$</p>	<p>Zdający B poprawnie rozwiązał pierwszą część zadania. W drugiej części rozwiązania zastosował dobrą metodę, ale zrobił błąd w obliczeniach i otrzymał zły wynik. Za rozwiązanie całego zadania zdający otrzymał 2 punkty.</p>
C	<p>23.1. $\frac{3}{8} \cdot 360^\circ = \frac{270^\circ}{2} = 135^\circ$ <i>Odpowiedź: Miara kąta α wynosi 135°.</i></p> <p>23.2. $2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 14 = 2 \cdot 44 = 88 \text{ (cm)}$ <i>Odpowiedź: Długość łuku wynosi 88 cm.</i></p>	<p>Zdający C poprawnie obliczył miarę kąta środkowego α. Za tę część rozwiązania otrzymał 1 punkt. Druga część zadania jest źle rozwiązana. Zdający przyjął złą metodę rozwiązania oraz popełnił błąd, do wzoru na długość okręgu zamiast promienia wstawił długość średnicy. Otrzymał za tę część rozwiązania 0 punktów.</p>
D	<p>23.1. $14 \cdot 14 = 196$ $\pi r^2 = \frac{3}{8} \cdot \frac{196}{1} = \frac{588}{8} = 73,5$ <i>Odpowiedź: 73,5</i></p> <p>23.2.</p>	<p>Zdający przyjął złą metodę rozwiązania pierwszej części zadania. Otrzymał 0 punktów. Druga część zadania również jest źle rozwiązana. Zdający do wzoru na długość okręgu zamiast</p>

$Ob = 2\pi r$ $Ob = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 14$ $Ob = \frac{11}{7} \cdot 14 = 22$ $Ob = 22 \text{ cm}^2$	promienia wstawił długość średnicy i zapisał odpowiedź w cm^2 . Za tę część rozwiązania zdający również otrzymał 0 punktów.
---	---

Zadanie 24. (3 pkt)

Dla 30 osób zakupiono bilety do teatru, za które zapłacono 2000 zł. Cena biletu dla osoby dorosłej była równa 80 zł, a dla dziecka 40 zł.

Oblicz, dla ilu dorosłych i dla ilu dzieci zakupiono bilety. Zapisz obliczenia.

Zdający	Przykładowe odpowiedzi zdających	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
Zdający otrzymuje: 0 punktów – za brak rozwiązania albo rozwiązanie zawierające rażące błędy merytoryczne, 1 punkt – za poprawne ułożenie układu równań zgodnie z treścią zadania, 1 punkt – za doprowadzenie do równania z jedną niewiadomą, np. $80(30 - y) + 40y = 2000$ lub np. $40x = 800$ przy zastosowaniu metody przeciwnych współczynników. 1 punkt – za poprawne rozwiązanie i zapisanie odpowiedzi, 3 punkty – za poprawne rozwiązanie zadania inną metodą.		
A	x – liczba osób dorosłych y – liczba dzieci $\begin{cases} 80x + 40y = 2000 \\ x + y = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} 80(30 - y) + 40y = 2000 \\ x = 30 - y \end{cases}$ $\begin{cases} 2400 - 80y + 40y = 2000 \\ x = 30 - y \end{cases}$ $\begin{cases} -40y = -400 \\ x = 30 - y \end{cases} \quad \begin{cases} y = 10 \\ x = 30 - y \end{cases} \quad \begin{cases} y = 10 \\ x = 20 \end{cases}$ Odpowiedź: Było 20 dorosłych i 10 dzieci.	Zdający A bezbłędnie rozwiązał zadanie i otrzymał 3 punkty.
B	x – osoby dorosłe y – dzieci $\begin{cases} 80x + 40y = 2000 \\ x + y = 30 / \cdot 40 \end{cases}$ $\begin{cases} 80x + 40y = 2000 \\ 40x + 40y = 1200 / \cdot (-1) \end{cases} \quad \begin{cases} 80x + 40y = 2000 \\ -40x - 40y = -1200 \end{cases} +$ $40x = 800$ $x = 15$ $15 + y = 30$ $y = 30 - 15$ $y = 15$ Odpowiedź: Zakupiono bilety dla 15 dorosłych i 15 dzieci.	Zdający B poprawnie zapisał układ równań, jednak w czasie rozwiązywania popełnił błąd. Odpowiedź, którą sformułował, nie odpowiada warunkom podanym w zadaniu. Za przedstawione rozwiązanie zdający otrzymał 2 punkty.

<p>C</p>	<p>x – liczba dzieci y – liczba dorosłych</p> $\begin{cases} x + y = 30 \\ 40x + 80y = 2000 / : 40 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 30 - y \\ x + 20y = 50 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 30 - y \\ 30 + 20y = 50 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 29 \\ y = 1 \end{cases}$ <p><i>Odpowiedź: Było 29 dorosłych i jedno dziecko.</i></p>	<p>Zdający C poprawnie zapisał układ równań, jednak w czasie rozwiązywania popełnił wiele błędów. Odpowiedź, którą sformułował, nie odpowiada przyjętym oznaczeniom. Otrzymał za rozwiązanie 1 punkt.</p>
<p>D</p>	$\frac{30 - 2000}{x - 80} = \frac{30}{x} = \frac{2000}{80} \quad x = \frac{30 \cdot 80}{2000} = 1 \frac{4}{20}$ $\frac{30 - 2000}{x - 40} = \frac{30}{x} = \frac{2000}{40} \quad x = \frac{30 \cdot 40}{2000} = \frac{12}{10}$	<p>Przyjęta metoda rozwiązania jest błędna. Zdający za przedstawione rozwiązanie otrzymał 0 punktów.</p>