Wymaganie ogólne podstawy programowej: Sprawność rachunkowa

Umiejętności zawarte w tym obszarze sprawdzane były przez trzy zadania z zestawu – zadania 14., 16. i 17.

Zadanie 14.

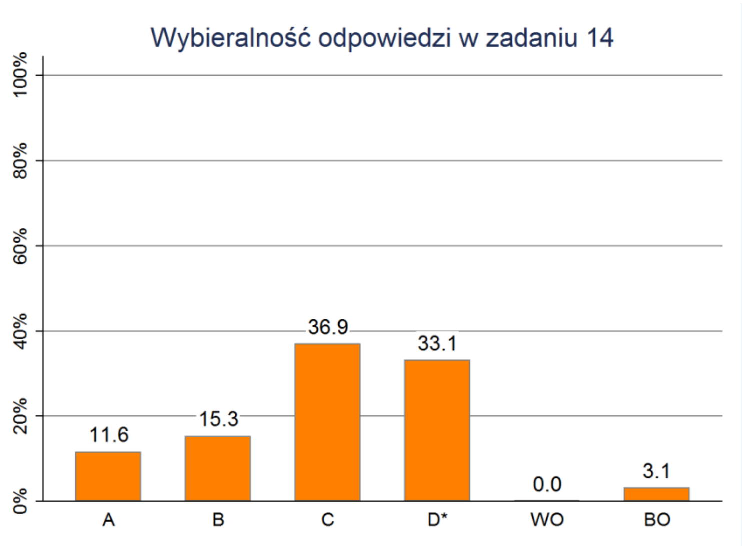
Dokończ zdanie – wybierz odpowiedź spośród podanych.

Iloczyn liczb 25,4 i 33,4 jest równy iloczynowi liczb

A. 2,54 i 33,4
B. 25,4 i 334
C. 2,54 i 3,34
D. 254 i 3,34 *

Wymagania ogólne:	I. Sprawność rachunkowa.
Wymagania szczegółowe:	5. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 8) wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych używając własnych poprawnych strategii lub z pomocą kalkulatora.

Aby rozwiązać to zadanie wystarczy znajomość reguł wykonywania działań na ułamkach zapisanych w postaci dziesiętnej.

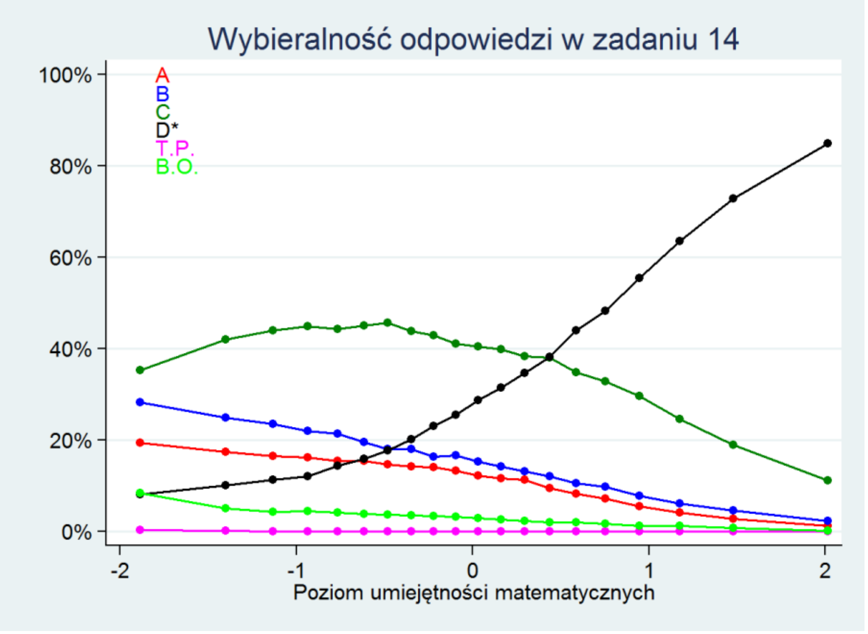


Wyniki wskazują, że jest to dla uczniów klasy szóstej bardzo trudna umiejętność – poprawnej odpowiedzi udzieliło zaledwie 33% uczniów. Zwraca uwagę bardzo wysoki odsetek osób wybierających niepoprawną odpowiedź C. Być może uczniowie ci pomylili iloczyn z ilorazem – wtedy odpowiedź C rzeczywiście byłaby poprawna. Mogło być również tak, że uczniowie ustalili, że wynik mnożenia ma dwa miejsca po przecinku, a następnie odruchowo wybrali odpowiedź, w której widzieli liczby z dwoma miejscami po przecinku.

Natomiast wszyscy, którzy wybierali odpowiedź A lub B po prostu nie rozumieją działań na ułamkach dziesiętnych – te odpowiedzi nie dadzą się wytłumaczyć żadną pomyłką.

Zadanie zostało opuszczone przez 76 osób, a 1 osoba wybrała więcej niż jedną odpowiedź.

W tym zadaniu nie było różnicy między wynikami osiąganymi przez chłopców i przez dziewczęta.



Z powyższego wykresu wynika, że niepoprawne odpowiedzi A i B wybierane były najczęściej przez uczniów najsłabszych (odpowiednio ok. 20% i 30%). W miarę wzrastania poziomu umiejętności częstość wyboru tych dwu odpowiedzi wyraźnie maleje.

Inaczej jest z odpowiedzią C – wśród najsłabszych uczniów wybrało ją ok. 35%, następnie wzraz ze wzrostem umiejętności odsetek wyborów rośnie do ok. 45% i dopiero dla uczniów o umiejętnościach wyższych niż średnie wyraźnie spada. Jednak nawet wśród najlepszych odpowiedź tę wybiera nadal kilkanaście procent uczniów.

Co ciekawe, poprawna odpowiedź jest zdecydowanie rzadziej wybierana przez słabych uczniów niż którakolwiek z odpowiedzi błędnych. Dopiero uczniowie o umiejętnościach wyraźnie wyższych niż średnie częściej wybierają tę odpowiedź niż inne niepoprawne.

Ten wykres jeszcze raz potwierdza, że działania na ułamkach dziesiętnych (a przynajmniej mnożenie takich ułamków) są dla większości uczniów klasy VI bardzo trudne.

Zalecenia

Nabycie sprawności rachunkowej w szkole podstawowej jest bardzo istotne. Jednak nie wolno zapominać o tym, że tę umiejętność można poprawić nie tylko wykonując z uczniami typowe obliczenia. Oprócz standardowych ćwiczeń rachunkowych konieczne jest rozwiązywanie z uczniami takich zadań, które pogłębiają zrozumienie własności i sensu działań oraz zapisu liczb, np. ustalenie tylko miejsca przecinka w wyniku działania, porównanie kolejnych iloczynów dwóch liczb zapisanych za każdym razem tymi samymi cyframi, ale z różną pozycją przecinka itp.

Zadanie 16.

Poniżej przedstawiono zapis, w którym brakuje dwóch liczb.

$$\frac{1}{3} < \bigcirc < \frac{1}{2} < \square < \frac{5}{7}$$

Uzupełnij zdania. Wybierz liczbę spośród oznaczonych literami A i B oraz liczbę spośród oznaczonych literami C i D.

W miejsce $\bigcirc$ należy wpisać A / B. A. $\frac{2}{5}$ * B. $\frac{1}{4}$

W miejsce $\square$ należy wpisać C / D. C. $\frac{7}{9}$ D. $\frac{5}{8}$ *

Wymagania ogólne: I. Sprawność rachunkowa.

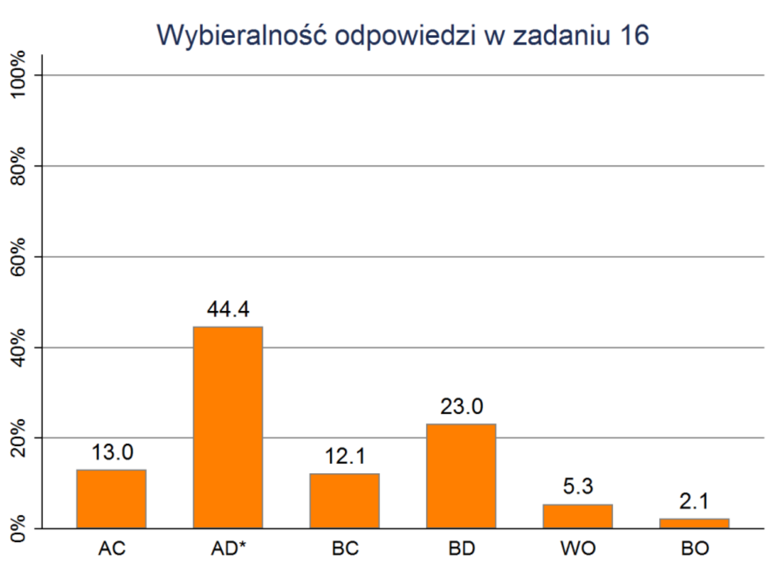
Wymagania szczegółowe: 4. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:
12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne).

Jest to nowy typ zadania wprowadzony do sprawdzianu w szkole podstawowej – aby udzielić poprawnej odpowiedzi, należy wybrać poprawnie dwie liczby: jedną spośród oznaczonych literami A lub B oraz jedną spośród C lub D. Następnie należy na karcie odpowiedzi zaznaczyć <u>jedną</u> kratkę zawierającą dwie wybrane litery.

Aby wybrać odpowiednie liczby, potrzebna jest umiejętność porównywania ułamków zwykłych. Można oczywiście zrobić to, sprowadzając kolejne porównywane ułamki do wspólnego mianownika. Ale nie jest to konieczne – aby wybrać ułamek, który należy wstawić w miejsce kółka, wystarczy zauważyć, że (ćwiartka) to mniej niż $\frac{1}{2}$ (połowa), ale również mniej niż $\frac{1}{3}$. Stąd wniosek, że ta liczba nie spełnia jednego z warunków. Zatem pozostaje drugi z proponowanych ułamków: $\frac{2}{5}$ czyli odpowiedź oznaczona literą A.

Podobnie jest w drugim przypadku. Na pierwszy rzut oka można zobaczyć, że oba proponowane ułamki są większe niż $\frac{1}{2}$. Pozostaje sprawdzić, który z nich jest mniejszy niż $\frac{5}{7}$. I znów, tak jak poprzednio, wystarczy zauważyć, że ułamki $\frac{5}{7}$ i $\frac{5}{8}$ mają taki sam licznik. Mniejszy z nich jest ten, który ma większy mianownik, czyli $\frac{5}{8} < \frac{5}{7}$. A zatem ułamek $\frac{5}{8}$ oznaczony literą D może być wstawiony w miejsce kwadratu.

Poprawną odpowiedzią do tego zadania jest zatem kombinacja liter AD – wybrało ją 44% uczniów.



Z wykresu można odczytać, że pierwszy ułamek został poprawnie wskazany przez niewiele ponad połowę uczniów – 57% (wszyscy, którzy wybrali odpowiedzi AC i AD), a drugi przez 67% (odpowiedzi AD i BD).

Co ciekawe w zadaniu tym odnotowano istotną różnicę między wynikami chłopców (48% poprawnych odpowiedzi) i dziewcząt (40%). Porównywanie ułamków zwykłych okazało się zatem łatwiejsze dla chłopców.

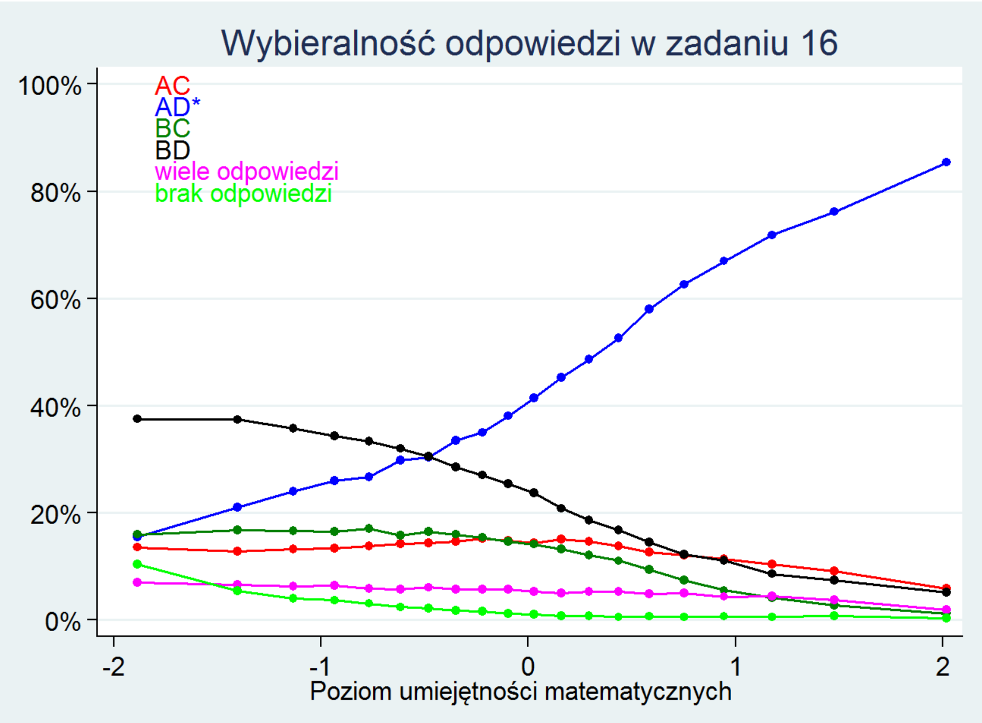
Ponieważ jest to nowy typ zadania, warto zwrócić uwagę, ilu uczniów „pogubiło się” w nim i niepoprawnie zaznaczyło odpowiedź. Tak, jak można było przypuszczać, jest ich więcej, niż w typowych zadaniach, gdzie wybiera się jedną odpowiedź spośród czterech podanych. I tak:

- 52 osoby (2,1%) nie wybrało żadnej odpowiedzi,
- 131 osób (5,3%) wybrało więcej niż jedną kratkę na karcie odpowiedzi.

Wśród nich:

  - 5 osób (0,2%) zaznaczyło 3 kratki,
  - 126 osób (5,1%) zaznaczyło 2 kratki,

Wśród 126 osób, które zaznaczyły 2 kratki tylko 18 uczniów (0,7%) zaznaczyło pierwszą i czwartą kratkę, które zwykle oznaczają odpowiedzi A i D. Wydaje się zatem, że uczniowie, którzy poradzili sobie z wybraniem odpowiednich ułamków poradzili sobie również z poprawnym zaznaczeniem swojej odpowiedzi na karcie.



Na powyższym wykresie widać, że niepoprawna odpowiedź BD była najczęściej wybierana głównie przez uczniów słabszych (30-40% wskazań). Wśród uczniów o umiejętnościach wyższych niż średnie, wszystkie niepoprawne odpowiedzi były równie rzadko wybierane (0-20%).

Zalecenia

Porównywanie ułamków i zapisywanie ich w różnych postaciach jest typową, zwykle dobrze opanowaną przez uczniów umiejętnością. Zachęcamy jednak nauczycieli do stwarzania różnorodnych sytuacji wymagających od ucznia porównania liczb zapisanych w różny sposób. Dyskusja nad różnymi sposobami wykonania tej operacji proponowanymi przede wszystkim przez uczniów, a w ostateczności przez nauczyciela, a następnie wybór najefektywniejszego ze sposobów w danej sytuacji to dobra droga do wyposażenia ucznia w umiejętność sprawnego, racjonalnego porównywania ułamków. Zachęcamy także do przeanalizowania wspólnie z uczniami popełnionych przez nich błędów oraz przyczyn, dla których takie właśnie błędy popełnili. Warto również zwrócić uwagę uczniów na to, że niektóre z proponowanych odpowiedzi w zadaniach zamkniętych można szybko wyeliminować. Trzeba też zauważyć tych uczniów, którzy nie przywykli jeszcze do nowego typu zadań na dobieranie z odpowiedziami: AC, AD, BC, BD. To właśnie tacy uczniowie zaznaczyli więcej niż jedną z podanych odpowiedzi (ponad 5% badanych). Zachęcamy nauczycieli do korzystania z tego typu zadań podczas lekcji, przy konstruowaniu sprawdzianów i zadań domowych.

Zadanie 17.

Podaj poprawne wartości poniższych wyrażeń arytmetycznych. Wybierz liczbę spośród oznaczonych literami A i B oraz liczbę spośród oznaczonych literami C i D.

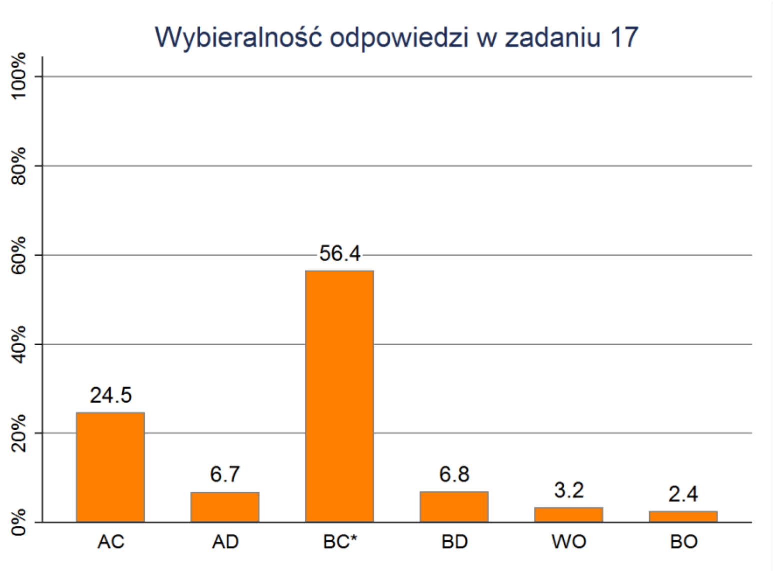
$(0{,}1)^2 \cdot 30 =$ A / B	A. 3	B. 0,3 *
$(0{,}1)^2 \cdot 0{,}1 =$ C / D	C. 0,001 *	D. 0,0001

Wymagania ogólne: I. Sprawność rachunkowa.

Wymagania szczegółowe: 4. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:
6) oblicza kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych;
2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w najprostszych przykładach), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach).

W tym zadaniu uczniowie musieli wykazać się umiejętnością wykonywania działań na ułamkach dziesiętnych – w szczególności podnoszenia ich do kwadratu.

Podobnie jak w poprzednio omawianym zadaniu, uczeń wybierał dwie liczby – wyniki dwóch podanych działań i zaznaczał na karcie odpowiedzi jedną z kratek: AC, AD, BC, BD. Poprawnym wynikiem w pierwszym działaniu jest liczba 0,3, a w drugim 0,001, czyli zestaw liter BC. Taką odpowiedź wybrało 56% uczniów.



Z wykresu można odczytać, że poprawną odpowiedź B do pierwszego działania wybrało łącznie 63% uczniów, a poprawną odpowiedź C do drugiego działania aż 81% uczniów. Wydaje się zatem, że dla prawie 20% uczniów problemem nie było podniesienie do kwadratu ułamka dziesiętnego (w drugim działaniu zrobili to dobrze), tylko pomnożenie ułamka dziesiętnego przez liczbę, będącą wielokrotnością 10. Być może problemem jest dla nich to, że mnożenie liczby przez ułamek „przesuwa" przecinek w jedną stronę, a mnożenie przez wielokrotność 10 – w drugą stronę?

Warto też zauważyć, że niewielu uczniów (mniej niż 7%) nie potrafiło poprawnie wykonać żadnego z podanych działań (odpowiedź AD). Ci uczniowie prawdopodobnie nie potrafią podnieść ułamka dziesiętnego do kwadratu lub generalnie mają problem z działaniami na ułamkach dziesiętnych.

W tym zadaniu także odnotowano istotną różnicę między wynikami chłopców (51% poprawnych odpowiedzi) i dziewcząt (62%). Tym razem – odwrotnie, niż poprzednio, zadanie okazało się łatwiejsze dla dziewcząt.

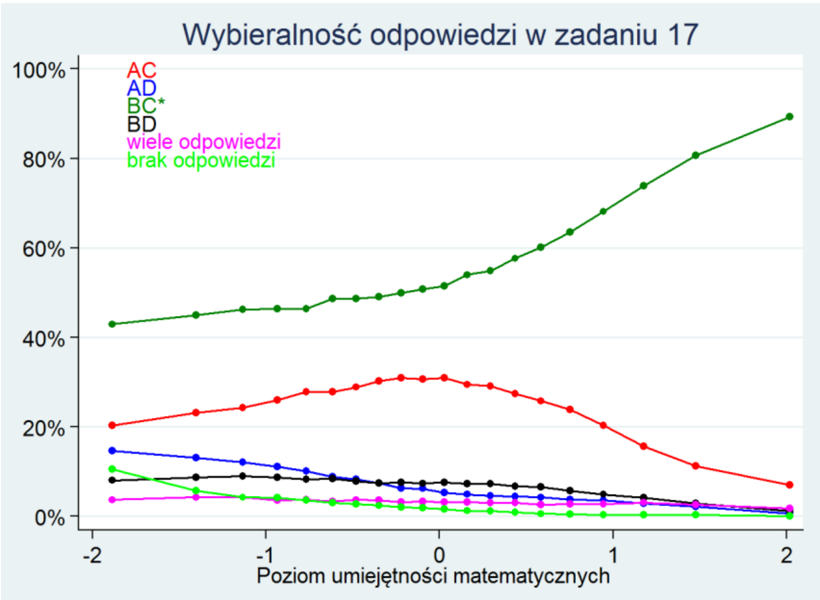
W tym zadaniu:

- 58 osób (2,4%) nie wybrało żadnej odpowiedzi,
- 79 osób (3,2%) wybrało więcej niż jedną kratkę na karcie odpowiedzi.

Wśród nich:

  - 2 osoby zaznaczyły 3 kratki,
  - 77 osób zaznaczyło 2 kratki,

Wśród tych 77 osób, które zaznaczyły 2 kratki 25 uczniów (1%) zaznaczyło drugą i trzecią kratkę, które zwykle oznaczają odpowiedziom B i C.



Na wykresie można zobaczyć, że poprawna odpowiedź BC była najczęściej wybierana przez wszystkie grupy uczniów – nawet najsłabszych. Spośród niepoprawnych odpowiedzi nawet przez najsłabszych uczniów najczęściej wybierana była odpowiedź AC. Oznacza to, że nawet najsłabsi uczniowie w większości potrafili poprawnie wykonać drugie z podanych działań: $(0,1)^2 \cdot 0,1$. Odpowiedź AD, która odpowiada błędnym wynikom w obu działaniach, była wskazywana przez około 15% najsłabszych i 5% średnich uczniów.

Zalecenia

Ćwiczenie z uczniami różnorodnych działań na liczbach dziesiętnych jest ważne, podnosi sprawność w ich wykonywaniu. Jednak umiejętności wykorzystywane w tym zadaniu można poprawić także poprzez odpowiedni dobór przykładów, który pozwoli na zrozumienie algorytmów i wniknięcie w istotę działań, jak choćby wykonywanie czynności odwrotnych, (np. przesuwanie przecinka w obie strony), czy dobór takich liczb, które pozwolą na intuicyjną ocenę poprawności wykonanego działania.

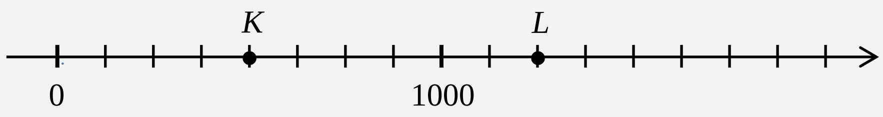
Omawiając z uczniami to zadanie warto zwrócić uwagę na tych, którzy wybrali odpowiedź AC i ustalić przyczynę błędu w pierwszym działaniu oraz na tych, którzy wybrali litery AD, czyli udzielili obu niepoprawnych odpowiedzi.

Wymaganie ogólne podstawy programowej: Wykorzystanie i tworzenie informacji

Umiejętności zawarte w tym obszarze sprawdzane były przez pięć zadań z zestawu – zadania 15, 23, 24, 25 i 26.

Zadanie 15.

Na osi liczbowej literami *K* i *L* oznaczono dwa punkty.



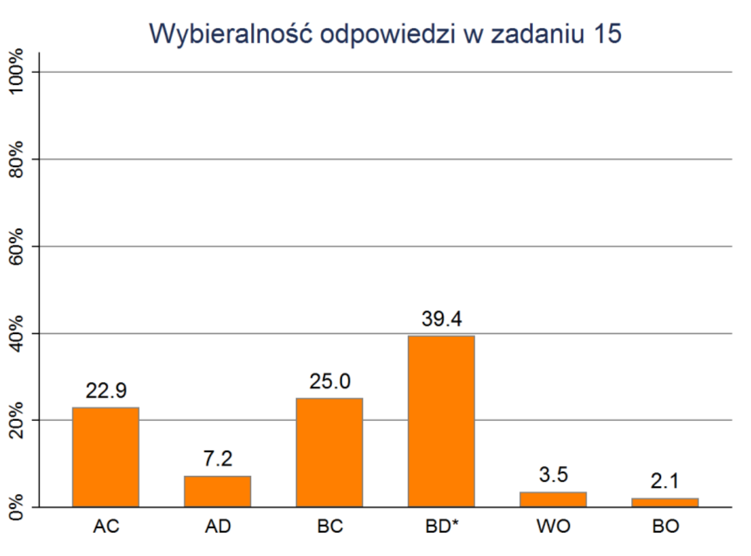
Uzupełnij zdania. Wybierz liczbę spośród oznaczonych literami A i B oraz liczbę spośród oznaczonych literami C i D.

Literą *K* oznaczono punkt o współrzędnej A / B. A. 400 B. 500 *

Literą *L* oznaczono punkt o współrzędnej C / D. C. 1200 D. 1250 *

Wymagania ogólne:	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
Wymagania szczegółowe:	1. Liczby naturalne w dziesiątkowym układzie pozycyjnym. Uczeń: 2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej. 2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 3) mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jedno-cyfrową […].

W tym zadaniu również uczeń wybiera po jednej odpowiedzi z każdej z dwóch podanych par i zaznacza kratkę z dwiema wybranymi literami. Zadanie sprawdza umiejętność posługiwania się osią liczbową – odczytywania na niej liczb i ustalania odcinka jednostkowego, także nietypowego.



Aby odpowiedzieć na pierwsze pytanie, wystarczyło zauważyć, że punkt *K* leży w połowie odległości pomiędzy liczbami 0 i 1000, więc jego współrzędna jest równa 500. Taką odpowiedź wybrało ponad 64% uczniów (odpowiedzi BC i BD). Następnie, aby wyznaczyć współrzędną punktu *L*, trzeba zauważyć, że odcinek jednostkowy na osi liczbowej nie ma długości 100, tylko 125 (między liczbami 0 a 500 mieszczą się 4 takie odcinki, a nie 5). Wystarczy nawet samo dostrzeżenie, że odcinek jednostkowy ma długość ponad 100, ponieważ eliminuje to współrzędną 1200. Stąd wynika, że punkt *L* ma współrzędną 1250. Zatem poprawne rozwiązanie zadania to BD. Takiej odpowiedzi udzieliło tylko 39% uczniów.

W tym zadaniu także odnotowano istotną różnicę między wynikami chłopców (43% poprawnych odpowiedzi) i dziewcząt (36%). Zadanie było łatwiejsze dla chłopców.

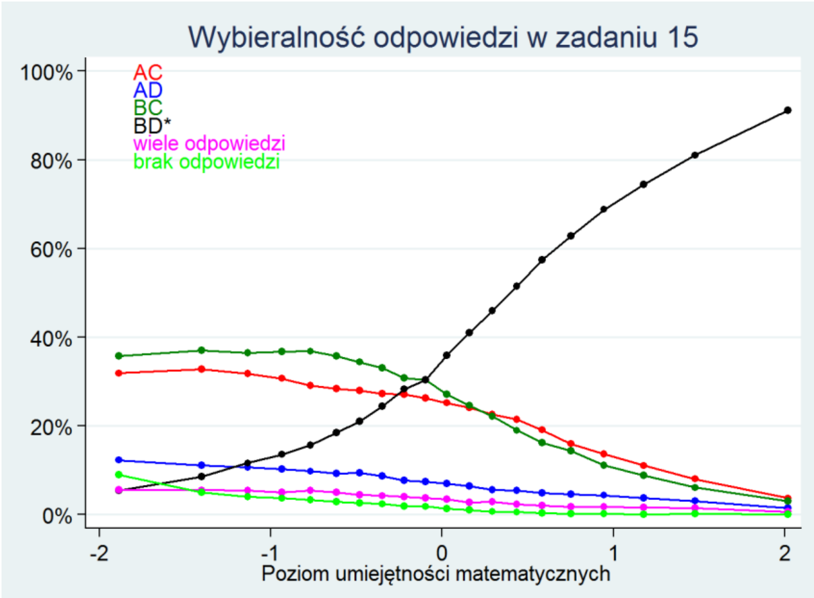
W tym zadaniu:

- 51 osób (2,1%) nie wybrało żadnej odpowiedzi,
- 85 osób (3,5%) wybrało więcej niż jedną kratkę na karcie odpowiedzi.

  Wśród nich:

  - 2 osoby zaznaczyły 3 kratki,
  - 83 osoby zaznaczyło 2 kratki,

Wśród tych 83 osób, które zaznaczyły 2 kratki 22 uczniów (1%) zaznaczyło drugą i czwartą kratkę, które zwykle oznaczają odpowiedzi B i D.



Na powyższym wykresie widać, że uczniowie o średnich i wyższych niż średnie umiejętnościach zdecydowanie częściej wybierali poprawną odpowiedź BD niż którąkolwiek z błędnych (najlepsi – 90% wskazań). Wśród uczniów o niższych niż średnie umiejętnościach najczęściej wybieranymi odpowiedziami były BC (ok. 35% wskazań) i AC (również powyżej 30%). Oznacza to, że prawie 70% słabszych uczniów automatycznie przyjęło, że skoro punkt *L* jest odległy na osi o dwa odcinki od liczby 1000 to musi odpowiadać on liczbie 1200. Co ciekawe połowa spośród tych uczniów widziała, że punkt *K* (odległy o cztery jednostki od 0 i od 1000), to liczba 500 (odpowiedź BC) – ale nie widzieli oni żadnej sprzeczności między tymi odpowiedziami.

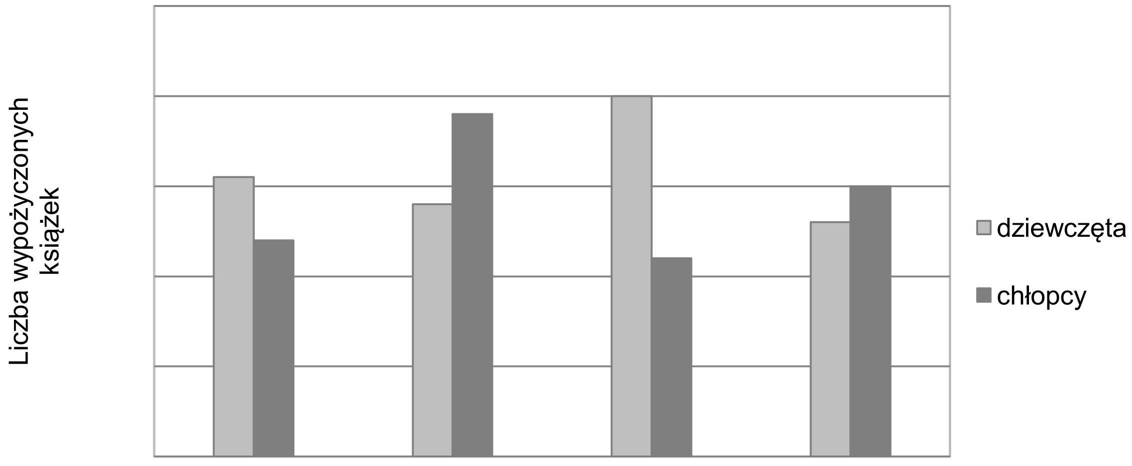
Zalecenia

Omawiając z uczniami to zadanie warto ustalić, na czym polegał ich błąd. Jeśli uczniowie wykonali zbyt mało ćwiczeń związanych z interpretacją dużych liczb na osi liczbowej lub nie mają wprawy w korzystaniu z odcinka jednostkowego innego niż 1, 10, 100, należy wrócić do zagadnień osi liczbowej. Warto usytuować te zagadnienia w różnego typu zadaniach, szczególnie tych, które na tegorocznym egzamine pojawią się po raz pierwszy, by barierą dla dziecka nie był techniczny wybór odpowiedzi.

Przy okazji tego zadania trzeba uświadomić uczniom, że powinni sprawdzać, czy udzielane przez nich odpowiedzi nie są wzajemnie sprzeczne, lub czy nie są sprzeczne z warunkami zadania.

Informacje do zadań 23. i 24.

Diagram przedstawia liczbę książek wypożyczonych z biblioteki szkolnej przez dziewczęta i chłopców z klas szóstych pewnej szkoły podstawowej.



Zadanie 23.

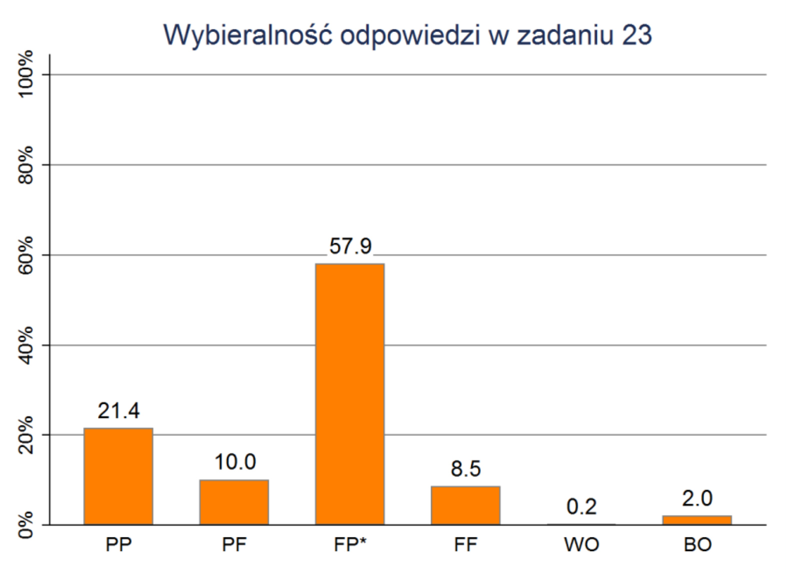
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Najwięcej książek wypożyczyli uczniowie klasy VI c.	P	F*
Dziewczęta z klas szóstych wypożyczyły więcej książek niż chłopcy z tych klas.	P*	F

Wymagania ogólne: II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

Wymagania szczegółowe: 2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:
1) dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe, liczby wielocyfrowe w przypadkach takich jak np. 230 + 80 lub 4600 – 1200 […].
13. Elementy statystyki opisowej. Uczeń:
2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach.

Zadanie sprawdza umiejętność odczytywania i interpretacji informacji z diagramu słupkowego.



Aby otrzymać punkt za to zadanie należało prawidłowo ocenić prawdziwość obu podanych w nim zdań. Potrafiło to zrobić 58% uczniów.

Pierwszą część zadania poprawnie rozwiązało 66% uczniów, a drugą – 79% uczniów.

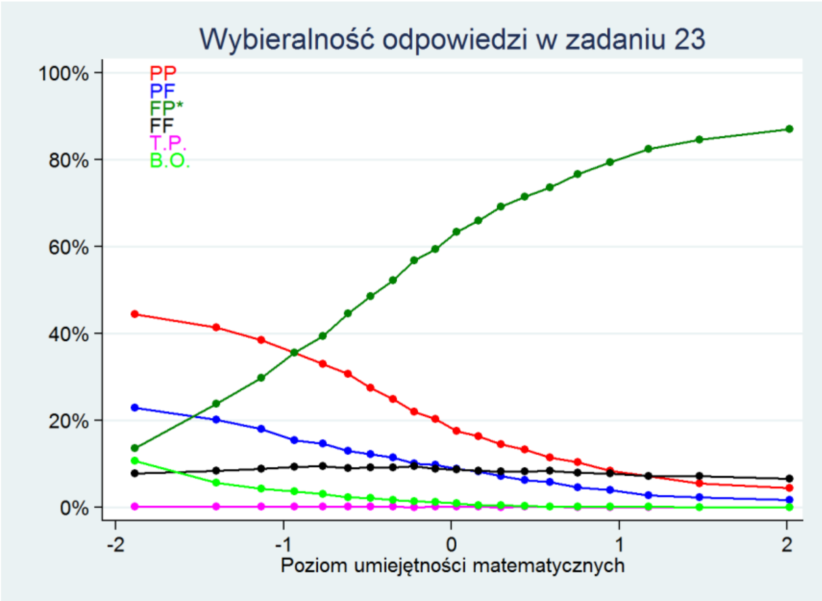
Błędnych odpowiedzi udzieliło odpowiednio: w pierwszej części zadania – 31%, w drugiej części – 18% uczniów.

Obu niepoprawnych odpowiedzi udzieliło 10% uczniów.

Zadanie opuściło 49 uczniów, a 4 uczniów zaznaczyło więcej niż jedną kratkę na karcie odpowiedzi.

W tym zadaniu także istotnie lepsze wyniki osiągnęli chłopcy (60%) niż dziewczynki (56%).

Ciekawe wydaje się, że znacznie mniej osób poprawnie oceniło prawdziwość pierwszego zdania (66%) niż drugiego (79%). W pierwszym zdaniu wystarczyło bowiem porównać słupki odpowiadające klasie VIc z sąsiednimi – klasy VIb i już na tej podstawie ocenić, że zdanie jest nieprawdziwe. Tymczasem, aby poprawnie ocenić drugie podane zdanie, trzeba wykonać dużo więcej pracy – albo oszacować liczby książek wypożyczonych przez dziewczynki i chłopców z każdej z klas, odpowiednio zsumować i porównać. Albo sprytnie podobierać w pary słupki dla dziewcząt ze słupkami dla chłopców. Wtedy okazuje się, że w każdej parze słupek dziewczynek jest wyższy niż słupek chłopców, z czego wynika, że łącznie dziewczynki wypożyczyły więcej książek niż chłopcy. Wydaje się więc, że w drugiej części zadania część uczniów odpowiadała „na oko” – albo kierując się tym, że najwyższy słupek na wykresie to dziewczęta, albo opierając się na powszechnym przekonaniu, że dziewczęta czytają więcej.



Na wykresie można zobaczyć, że wśród uczniów najsłabszych zdecydowanie najczęściej była wybierana niepoprawna odpowiedź PP. Prawdopodobnie opierali oni swoje przekonanie, że oba zdania sa prawdziwe, na tym że najwyższy słupek na wykresie dotyczy klasy VIc (o której mowa w pierwszym zdaniu) i odpowiada dziewczynkom (których dotyczy drugie zdanie). Zdaje się to potwierdzać przypuszczenie, że część uczniów uzyskała prawidłową odpowiedź na drugie pytanie na drodze błędnego rozumowania.

Wykres pokazuje też, że już wśród stosunkowo słabych uczniów poprawna odpowiedź FP zaczyna być wybierana częściej niż pozostałe odpowiedzi.

Zalecenia

Odczytywanie i interpretowanie danych statystycznych przedstawionych na diagramie słupkowym to praktyczna umiejętność, którą uczeń w podstawowym stopniu powinien nabyć już w szkole podstawowej. Różnorodność diagramów napotykanych w życiu codziennym skłania do sięgania na lekcjach nie tylko po te najprostsze, ale również po bardziej złożone, jak w tym zadaniu, gdzie informacja o liczbie wypożyczonych książek w jednej klasie rozkłada się na dwa słupki. Uczeń, który nie potrafi z tego skorzystać i skupia uwagę wyłącznie na jednym słupku, czyli wybiera tylko część informacji, udziela najczęściej błędnej odpowiedzi. Zadania tego typu są przez uczniów chętnie rozwiązywane, szczególnie gdy dotyczą bliskich im zagadnień. Warto wykorzystać to zainteresowanie i sprowokować uczniów do samodzielnego budowania pytań, a nawet tworzenia zadań, proponując diagramy samodzielnie przez nich wykonane lub wzięte z prasy lub Internetu.

Dobre opanowanie przez ucznia w szkole podstawowej umiejętności odczytywania i interpretowania danych statystycznych pozwoli mu w dalszym kształceniu na swobodne rozwiązywanie bardziej złożonych problemów statystycznych, w których konieczne jest opracowanie strategii i przeprowadzenie rozumowania.

Zadanie 24.

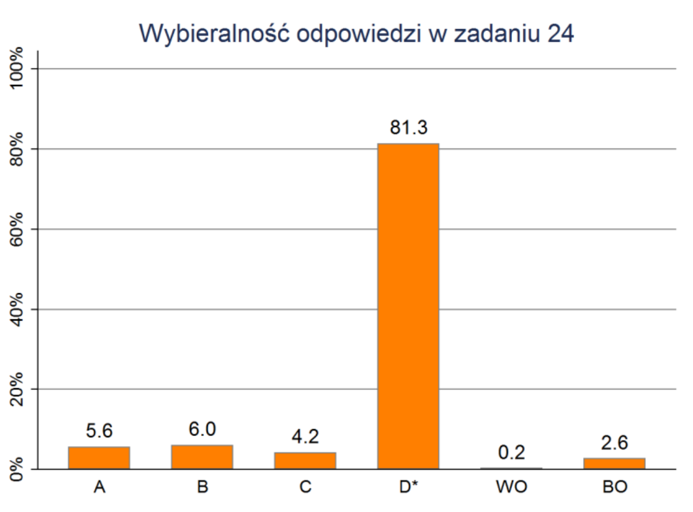
Dokończ poniższe zdanie – wybierz odpowiedź spośród podanych.

Mniej niż po 300 książek wypożyczyli uczniowie klas

A. VI a i VI b.
B. VI b i VI c.
C. VI c i VI d.
D. VI a i VI d. *

Wymagania ogólne:	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
Wymagania szczegółowe:	2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 1) dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe, liczby wielocyfrowe w przypadkach takich jak np. 230 + 80 lub 4600 – 1200 […]. 13. Elementy statystyki opisowej. Uczeń: 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach.

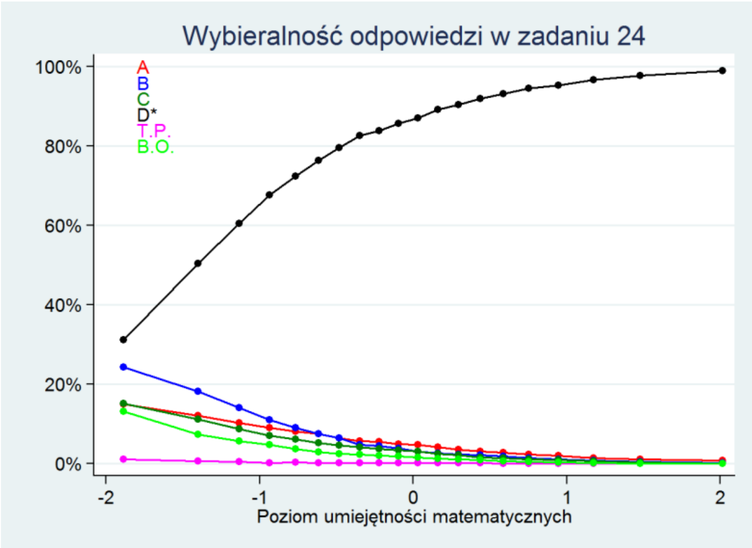
Poprawne rozwiązanie tego zadania wymaga umiejętności odczytania informacji z diagramu słupkowego i oszacowania wartości opisanych przez poszczególne słupki.



Było to najłatwiejsze zadanie w całym zestawie – prawidłowo rozwiązało je ponad 81% uczniów.

Zadanie opuściło 65 uczniów, a 6 uczniów zaznaczyło więcej niż jedną odpowiedź.

W tym zadaniu nie było różnic między wynikami chłopców i dziewcząt.



Wykres potwierdza, że było to łatwe dla uczniów zadanie – nawet wśród najsłabszych najczęściej wybierana była poprawna odpowiedź, a wśród najlepszych wskazało ją 100% uczniów.

Zalecenia

Wysoki wynik tego zadania świadczy o tym, że uczniowie wykonali dostatecznie wiele podstawowych zadań rozwijających umiejętność odczytywania i interpretowania danych statystycznych przedstawionych na diagramie słupkowym. Wynik zadania 23 zachęca do sięgnięcia po zadania bardziej złożone.

Zadanie 25.

Na rysunku przedstawiono kartkę z kalendarza.

Ile czasu upłynie tego dnia od wschodu do zachodu słońca? Wybierz odpowiedź spośród podanych.

A. 12 godzin i 52 minuty *
B. 13 godzin i 8 minut
C. 13 godzin i 32 minuty
D. 13 godzin i 52 minuty

Marzec 2015
31
Wtorek

Wschód słońca 6:14

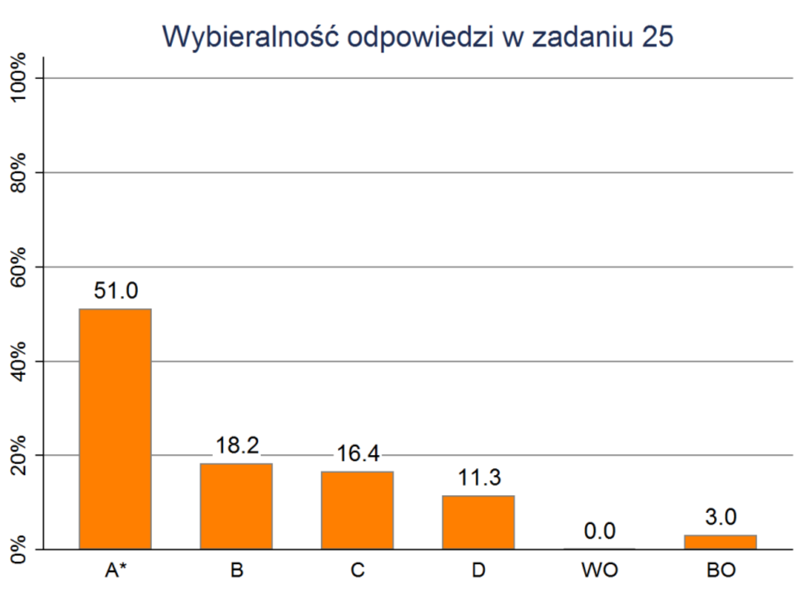
Zachód słońca 19:06

90. dzień roku

Wymagania ogólne: II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

Wymagania szczegółowe: 12. Obliczenia praktyczne. Uczeń:
3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach.

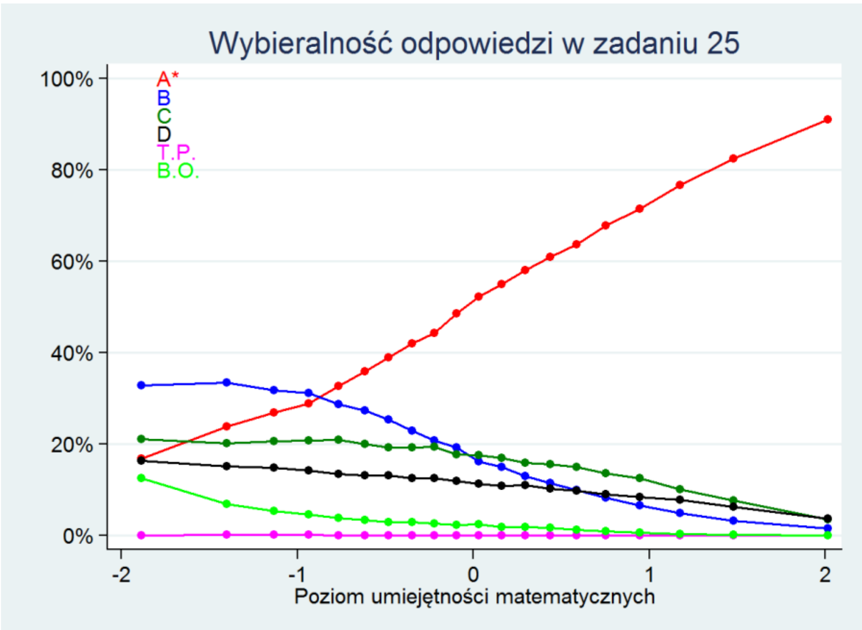
Jest to typowe zadanie sprawdzające umiejętność wykonywania obliczeń zegarowych. Z przedstawionej kartki z kalendarza uczeń musi odczytać godzinę zachodu i wschodu słońca, a następnie odjąć jedną wielkość od drugiej.



Zadanie zostało rozwiązane poprawnie przez 51% uczniów. Najczęstsze błędy, które pojawiają się w takich obliczeniach zegarowych, to albo typowe błędy popełniane przy odejmowaniu – odejmowanie od większej liczby mniejszej, niezależnie od tego, która jest odjemną, a która odjemnikiem. W wyniku takiego błędu uczeń otrzymuje odpowiedź B – popełniło go 18% uczniów. Innym typowym błędem jest zapominanie w trakcie wykonywania działania, że odejmowane wielkości to godziny i minuty, a nie zwykłe liczby zapisane w systemie dziesiętnym. W wyniku takiego błędu uczeń otrzymuje odpowiedź C – popełniło go 16% uczniów. Może też się zdarzyć zwykły błąd w odejmowaniu – odpowiedź D (11%).

Zadania nie rozwiązały 74 osoby, a 1 osoba zaznaczyła więcej niż dwie odpowiedzi.

Zadanie było łatwiejsze dla chłopców niż dla dziewcząt – rozwiązało je poprawnie 54% chłopców i 48% dziewcząt.



Z wykresu można odczytać, że błąd polegający na odjęciu mniejszej liczby minut od większej, prowadzący do odpowiedzi B, popełniali głównie najsłabsi uczniowie (ok. 35%). Wraz ze wzrostem umiejętności częstość występowania tego błędu szybko spada.

Inaczej rzecz się ma z drugim opisanym błędem – traktowaniem odejmowanych godzin jak zwykłych liczb dziesiętnych (odpowiedź C). Jest on znacznie rzadziej popełniany przez słabszych uczniów (ok. 20%), ale wraz ze wzrostem umiejętności jego częstość spada znacznie wolniej i wśród uczniów o umiejętnościach wyższych niż średnie jest to najczęściej popełniany błąd.

Zalecenia

Już po III klasie szkoły podstawowej uczeń odczytuje wskazania zegarów w systemie dwunasto- i dwudziestoczterogodzinnym, posługuje się pojęciami: godzina, pół godziny, kwadrans, minuta, a po klasie VI wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach. Świadomość, że obliczenia zegarowe powinny być przez ucznia w szkole podstawowej dobrze opanowane oraz niezadowalająca łatwość zadania powinna skłaniać do częstego powracania do tego typu rachunków, choćby przeglądając plany dnia ucznia czy program telewizyjny. Warto przy tej okazji wrócić też do ułamków, zamieniając np. 20 minut na godziny i odwrotnie. Dla kontrastu można sięgać jednocześnie po inne jednostki np. długości i wykonywać na nich analogiczne rachunki. Zachęcamy do zestawienia i porównania rachunków, w których występuje przelicznik 60 oraz 100. Swobodna zamiana jednostek i poprawne rachunki to również umiejętności niezbędne na lekcjach fizyki w gimnazjum.

Zadanie 26.

Oferta pensjonatu *Na wzgórzu*.

Rodzaj pokoju	Liczba pokojów	Cena pokoju za dobę
dwuosobowy	6	140 zł
trzyosobowy	4	165 zł
czteroosobowy	2	196 zł

Wykorzystaj informacje z tabeli i odpowiedz na pytania.

Pytanie 1: Ile najwięcej osób, zgodnie z ofertą, może jednocześnie nocować w tym pensjonacie?
Pytanie 2: Ile zaoszczędzi na opłacie za jedną dobę rodzina, która zamiast dwóch pokojów dwuosobowych wynajmie pokój czteroosobowy?

Wymagania ogólne: II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
Wymagania szczegółowe: 13. Elementy statystyki opisowej. Uczeń:
2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach.

	2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 3) mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową pisemnie, w pamięci (w najprostszych przykładach) […]; 1) dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe, liczby wielocyfrowe w przypadkach takich jak np. 230 + 80 lub 4600 – 1200 […].

Aby poprawnie rozwiązać zadanie, uczeń musi wybrać, odczytać i poprawnie wykorzystać informacje zawarte w tabeli.

Rozwiązanie

Pytanie 1: Liczba miejsc noclegowych w pensjonacie:
6 · 2 osoby + 4 · 3 osoby + 2 · 4 osoby = 32 osoby

Pytanie 2: Kwota, którą zaoszczędzi rodzina wynajmując pokój czteroosobowy zamiast dwóch pokojów dwuosobowych: 2 · 140 zł – 196 zł = 84 zł

Schemat oceniania

Pytanie 1

1 punkt

kod 1.1 – Poprawna odpowiedź (32 osoby).

0 punktów

kod 0.1 – Poprawna metoda, ale popełniono błąd rachunkowy (przy zapisanych rachunkach).

kod 0.2 – Odpowiedzią jest suma pokojów (12).

kod 0.8 – Inna błędna odpowiedź.

kod 0.9 – Brak rozwiązania.

Pytanie 2

1 punkt

kod 1.1 – Poprawna odpowiedź (84 zł).

0 punktów

kod 0.1 – Poprawna metoda, ale popełniono błąd rachunkowy (przy zapisanych rachunkach).

kod 0.2 – Wykonanie odejmowania 196 zł – 140 zł.

kod 0.8 – Inna błędna odpowiedź.

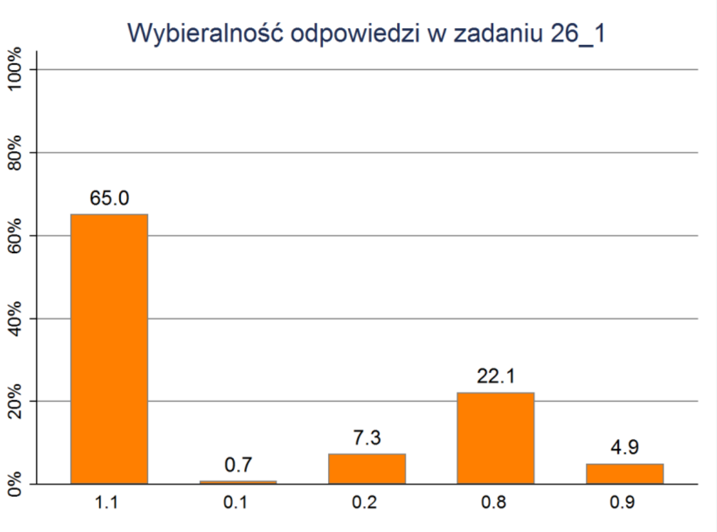
kod 0.9 – Brak rozwiązania.

Pytanie dodatkowe: Czy uczeń robił notatki lub obliczenia pomocnicze w tabeli, obok tabeli lub obok zadania?

Okazuje się, że tylko 26% uczniów robiło jakiekolwiek notatki lub obliczenia pomocnicze. Pozostałe 74% uczniów wszystkie konieczne w tym zadaniu obliczenia wykonywało w pamięci.

Uzyskane wyniki i ich interpretacja

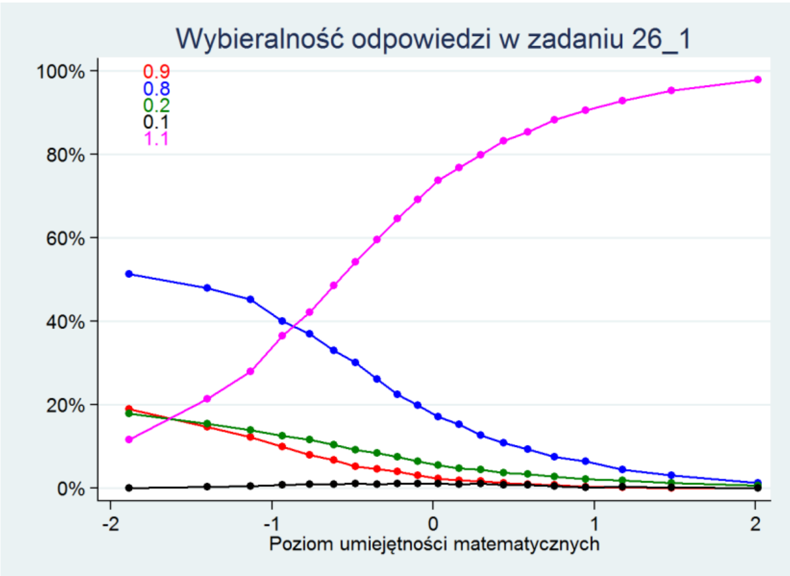
Pytanie 1



Na pierwsze pytanie poprawnie odpowiedziało 65% uczniów. Oznacza to, że zrozumieli oni informacje zawarte w tabeli i potrafili wybrać te spośród nich, które były potrzebne do rozwiązania zadania. Za poprawną odpowiedź uzyskali oni 1 punkt.

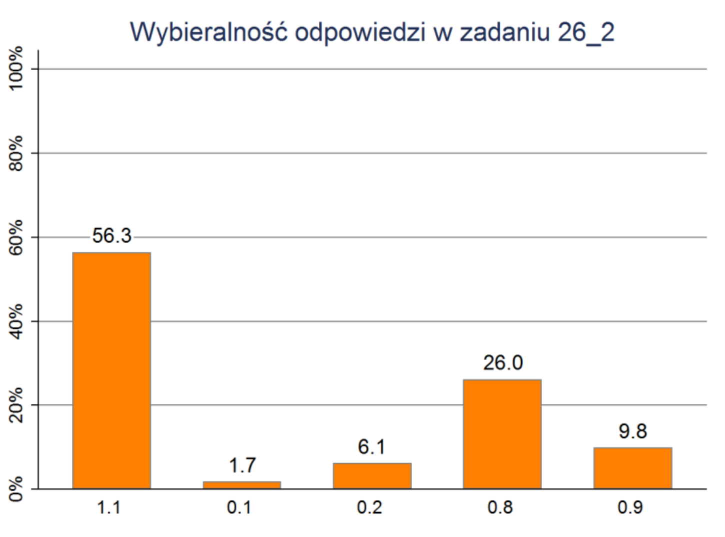
Pozostałe osoby otrzymały 0 punktów. Bardzo niewiele było osób, które zrobiły błąd rachunkowy (kod 0.1), a 7% uczniów zamiast liczby osób, które mogą przenocować w pensjonacie, podało liczbę pokoi (kod 0.2). Najwięcej, bo aż 22% podało inną błędną odpowiedź (kod 0.3). Pozostałe 5% uczniów nie podjęło próby udzielenia odpowiedzi.

Na to pytanie poprawnie odpowiedziało 67% dziewcząt i 64% chłopców – różnica wyników jest nieistotna statystycznie.



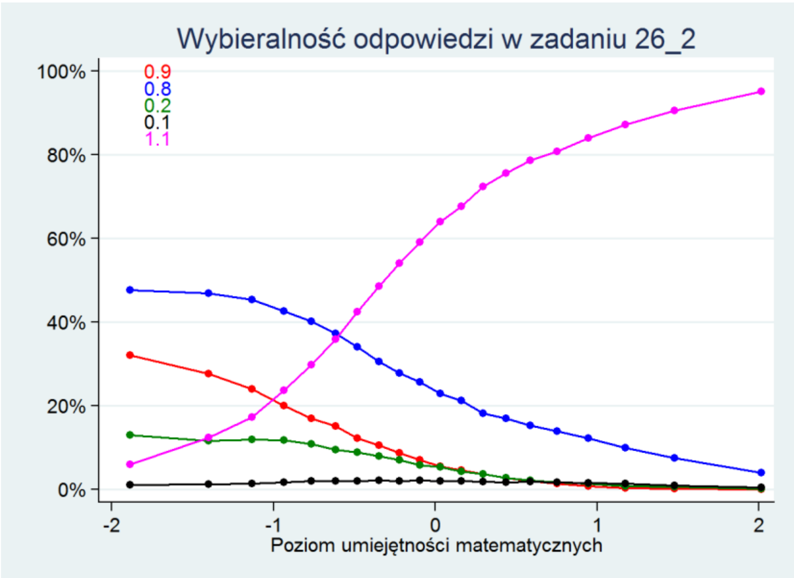
Wykres potwierdza, że dla uczniów dobrych było to bardzo łatwe pytanie – prawie 100% spośród nich na nie odpowiedziało. Wśród uczniów o średnich umiejętnościach poprawnej odpowiedzi udzieliło około 70% osób. Natomiast wśród najsłabszych około 20% podało liczbę pokoi zamiast liczby osób, kolejne 20% opuściło zadanie, a najwięcej, bo ponad 50% udzieliło innej, błędnej odpowiedzi. Tylko nieco ponad 10% uczniów najsłabszych poprawnie odpowiedziało na to pytanie.

Pytanie 2



Na drugie pytanie poprawnie odpowiedziało 56% uczniów – otrzymali oni 1 punkt. Pozostałe osoby nie uzyskały za to pytanie żadnego punktu: prawie 2% uczniów wybrało z tabeli właściwe dane i wykonywało na nich właściwe działania, ale popełniło błąd rachunkowy (kod 0.1), 6% wykorzystało właściwe dane, czyli ceny pokojów dwuosobowego i czteroosobowego, ale zapomniało cenę pokoju dwuosobowego pomnożyć przez 2 (kod 0.2). Kolejne 26% uczniów podało inne, błędne odpowiedzi (kod 0.3). I ostatnie 10% osób opuściło to pytanie.

Na to pytanie poprawnie odpowiedziało 55% dziewcząt i 58% chłopców. Tu również różnica wyników jest nieistotna statystycznie.



Dla najlepszych uczniów to pytanie było równie łatwe, jak poprzednie. Ale już dla średnich uczniów było trudniejsze – poprawnie odpowiedziało tylko około 60% spośród nich.

Z kolei wśród uczniów najsłabszych wyraźnie wzrósł (do ponad 30%) odsetek osób opuszczających pytanie, a zmalał (do ok. 5%) odsetek tych, którzy zdołali na nie odpowiedzieć prawidłowo.

Zalecenia

Przyczyną niepowodzeń uczniów w tym zadaniu mogą być kłopoty z rozumieniem informacji przedstawionych w tabeli. W tej sytuacji zachęcamy do częstego korzystania na lekcjach z nietypowych sposobów przedstawiania danych. Wspólna analiza zadań oraz prezentowanie danych w różnorodny, dogodny dla uczniów sposób zachęci ich do podejmowania się rozwiązania niestandardowych zadań – zarówno prostych, jak i bardziej złożonych.

Zgodnie z zasadą stopniowania trudności, warto zacząć od zadań nieskomplikowanych, zaskakujących najwyżej sposobem prezentacji danych. Potem można przejść do zadań o złożonej strukturze, wymagających wykonania kilku kroków lub głębszej analizy danych. Trzeba również przypominać uczniom o stałej kontroli otrzymywanych wyników, o potrzebie ich konfrontacji z poleceniem.

Wymaganie ogólne: Modelowanie matematyczne

Umiejętności zawarte w tym obszarze sprawdzane były przez cztery zadania z zestawu – zadania 18, 19, 21 i 27.

Zadanie 18.

Jeżeli w trakcie snu zimowego tracą około jednej czwartej masy ciała.

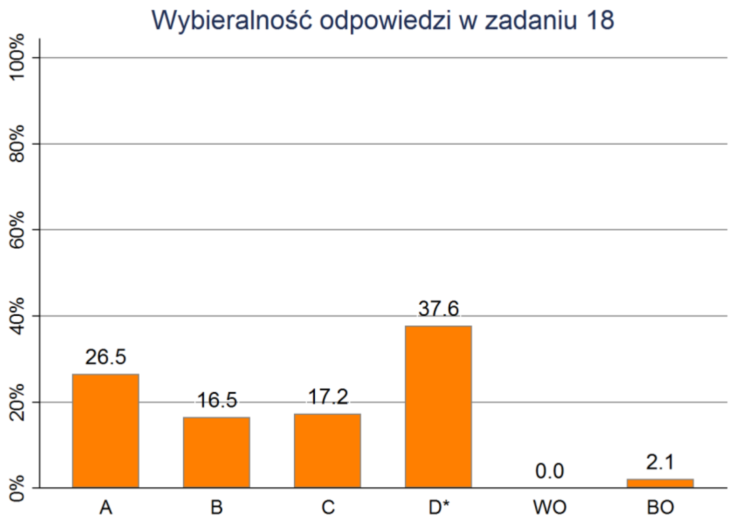
Dokończ poniższe zdanie – wybierz odpowiedź spośród podanych.

Jeż, który przed zapadnięciem w sen zimowy ważył 1,2 kg, po przebudzeniu się będzie ważył około

A. 30 dag B. 40 dag C. 80 dag D. 90 dag *

Wymagania ogólne:	III. Modelowanie matematyczne.
Wymagania szczegółowe:	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 7) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, kilogram, dekagram, tona. 5. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 5) oblicza ułamek danej liczby naturalnej.

Aby poprawnie rozwiązać to zadanie tekstowe, trzeba przede wszystkim zrozumieć opisaną w nim sytuację, a następnie dobrać odpowiednie działania matematyczne i poprawnie je wykonać.

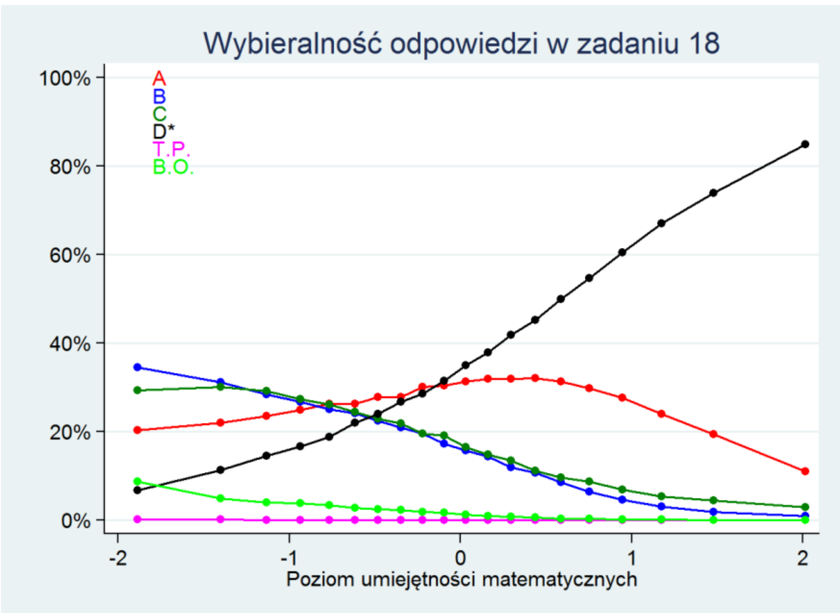


Okazuje się, że to na pozór bardzo proste zadanie tekstowe zostało poprawnie rozwiązane zaledwie przez 38% szóstoklasistów. Błędem najczęściej popełnianym przez uczniów było rozwiązanie zadania „do połowy" – obliczenie, ile dekagramów jeż stracił w czasie snu zimowego i poprzestanie na tym, podczas, gdy należało wykonać jeszcze jedno działanie. Ten błąd popełniło prawie 27% uczniów (odpowiedź A). Wybór takiej odpowiedzi wynika prawdopodobnie z nieuwagi i braku nawyku porównywania uzyskanej odpowiedzi z zadanym pytaniem.

Wybór odpowiedzi B. i C. wskazuje na znacznie poważniejsze problemy – wydaje się bowiem, że 34% uczniów, którzy wybrali te odpowiedzi albo nie zrozumieli treści zadania i wybrali odpowiedź na „chybił-trafił", albo nie potrafili dobrać lub wykonać odpowiedniego działania.

Zadanie zostało opuszczone przez 51 osób, a tylko 1 osoba wybrała więcej niż jedną odpowiedź.

Zadanie okazało się znacznie łatwiejsze dla chłopców niż dla dziewczynek – poprawnie rozwiązało je 43% chłopców i tylko 32% dziewczynek.



Ten wykres potwierdza, że problem z uważnym czytaniem i rozwiązywaniem zadań tekstowych mają także uczniowie najlepsi – tylko około 85% z nich udzieliło poprawnej odpowiedzi D, a ponad 10% rozwiązało zadanie „do połowy” i wybrało odpowiedź A. Odpowiedzi B lub C w tej grupie uczniów prawie się nie zdarzają.

Odwrotnie jest w grupie uczniów najsłabszych – tu najczęściej wybieranymi odpowiedziami są B i C – wskazuje je odpowiednio 35% i 30% uczniów. Odpowiedź A została wybrana przez 20% uczniów, a poprawna odpowiedź D zdarza się najrzadziej – wybrało ją mniej niż 10% uczniów.

Warto zwrócić też uwagę, że częstość odpowiedzi A (rozwiązanie „do połowy”) wzrasta wraz ze wzrostem umiejętności uczniów – najczęściej (35%) jest ona wybierana przez uczniów o umiejętnościach wyższych niż średnie.

Zalecenia

Zadanie wymaga omówienia w klasie i ustalenia przyczyn popełnienia błędów. Trzeba zwrócić uwagę przede wszystkim na znaczą grupę uczniów, którzy odpowiedzieli na inne pytanie i wskazali, ile dekagramów masy jeż stracił zamiast, ile będzie ważył. Trzeba ustalić przyczynę wyboru tej odpowiedzi – czy była to nieuwaga, czy niezrozumienie pytania lub opisanej w zadaniu sytuacji. W pierwszym przypadku warto popracować z uczniami nad uważnym czytaniem treści zadania, powtórzeniem pytania swoimi słowami. Warto też wyrobić w uczniach nawyk porównywania uzyskanej odpowiedzi z zadanym pytaniem. Natomiast w drugim przypadku, trzeba zwrócić baczniejszą uwagę na zrozumienie poruszanych zagadnień, rozwiązywanych zadań, stawianych pytań.

Być może część uczniów miała problem nie ze zrozumieniem zadania czy dobraniem odpowiedniego działania, ale z wykonaniem tego działania. Wtedy warto wrócić do różnych sposobów zaprezentowania liczenia ułamka danej liczby oraz wyboru jednej z dwóch otrzymanych części, np. przypomnieć o możliwości wykorzystania rysunku, na którym łatwo wskazać tę część, którą odrzucamy i tę, która zostaje. Tego typu zadania mogą układać również uczniowie – wówczas chętniej będą je rozwiązywać.

Bardzo słaby wynik tego zadania potwierdza, że należy rozwiązywać z uczniami różnorodne zadania wymagające budowania modelu matematycznego, również te wydawałoby się – najprostsze.

Zadanie 19.

Janek miał zapłacić za zakupy 12,55 zł. Dał kasjerce banknot dziesięciozłotowy, monetę pięciozłotową i monetę pięciogroszową.

Ile reszty powinien otrzymać? Wybierz odpowiedź spośród podanych.

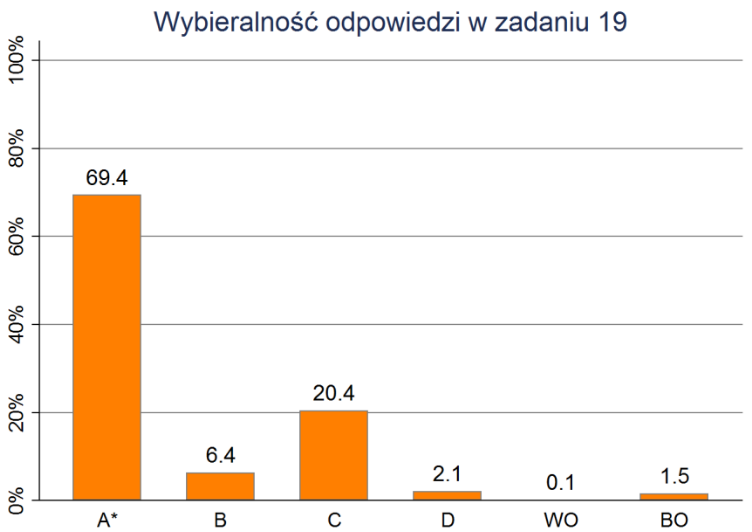
A. 2,50 zł * B. 2,60 zł C. 3,50 zł D. 3,60 zł

Wymagania ogólne: III. Modelowanie matematyczne.

Wymagania szczegółowe: 14. Zadania tekstowe. Uczeń:

5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zadanie dotyczy umiejętności wykorzystywanych na co dzień – obliczeń pieniężnych.

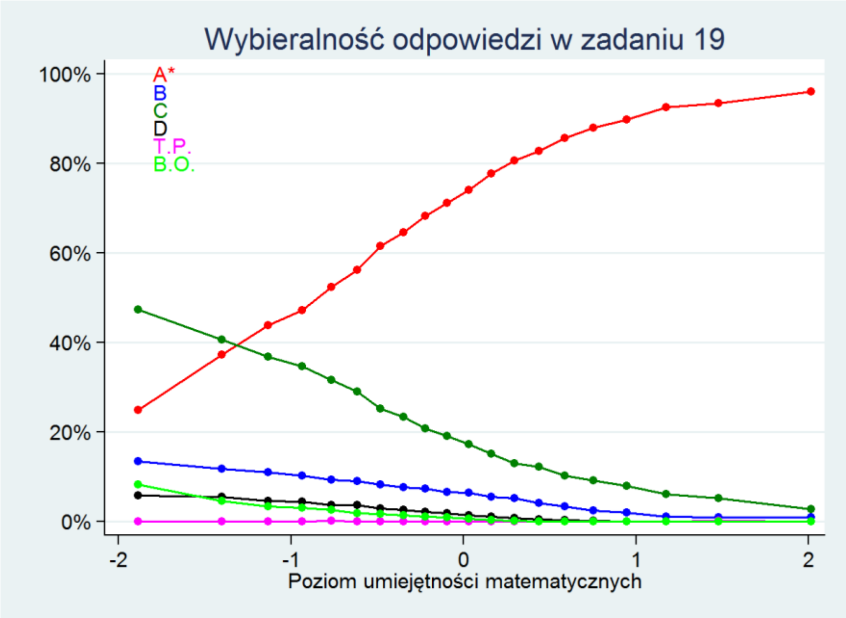


To zadanie było znacznie łatwiejsze niż poprzednie – rozwiązało je poprawnie 69% uczniów. Najczęściej wybierana błędna odpowiedź C wynika z typowego błędu rachunkowego w pisemnym odejmowaniu 15,05 – 12,55, polegającego na odejmowaniu od większej liczby mniejszej, niezależnie od tego, która liczba jest odjemną, a która odjemnikiem. Popełniło go 20% uczniów. Dokładnie taki sam błąd pojawiał się w omawianym wcześniej zadaniu 25 – tam popełniło go 18% uczniów. Widać, że oba odsetki są do siebie bardzo zbliżone.

Pozostałe dwie odpowiedzi B i D wynikały z niepoprawnego sposobu obliczania reszty, ale okazuje się, że takie kłopoty miało stosunkowo niewielu uczniów – łącznie niecałe 9% uczniów.

Zadanie zostało opuszczone przez 38 osób, a 2 osoby wybrały więcej niż jedną odpowiedź.

Zadanie było nieco łatwiejsze dla dziewczynek niż dla chłopców – poprawnie rozwiązało je ponad 71% dziewczynek i niecałe 68% chłopców.



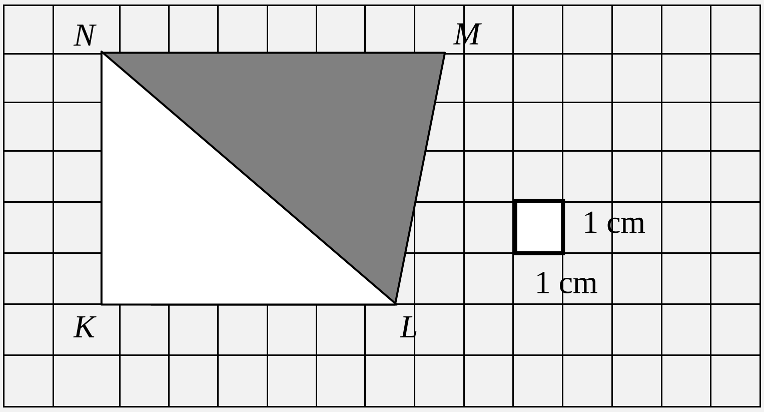
Wykres potwierdza, że zarówno dla uczniów o wyższych, jak i średnich umiejętnościach było to zadanie łatwe – poprawnie rozwiązało je odpowiednio 95% i 75% uczniów. Jedynie uczniowie najsłabsi mieli z nim problem – prawie 50% z nich wybrało błędną odpowiedź C. Ale częstość wyboru tej odpowiedzi szybko spada wraz ze wzrostem umiejętności.

Zalecenia

Już uczeń klasy III szkoły podstawowej powinien bez problemu wykonać łatwe obliczenia pieniężne i poradzić sobie w sytuacjach codziennych wymagających takich umiejętności. Wydawałoby się więc, że dla szóstoklasistów zadanie powinno być bardzo łatwe – dotyczy ono przecież umiejętności koniecznych w życiu i ćwiczonych już od 5 lat. Ponieważ jednak część uczniów nie potrafiła tych obliczeń wykonać poprawnie, warto wrócić do obliczeń pieniężnych i przygotować odpowiednie porcje zadań. Pewnym urozmaiceniem może być zastosowanie również innych popularnych walut.

Zadanie 21.

Na papierze w kratkę narysowano trapez, który podzielono na dwa trójkąty: biały *KLN* i szary *LMN*.



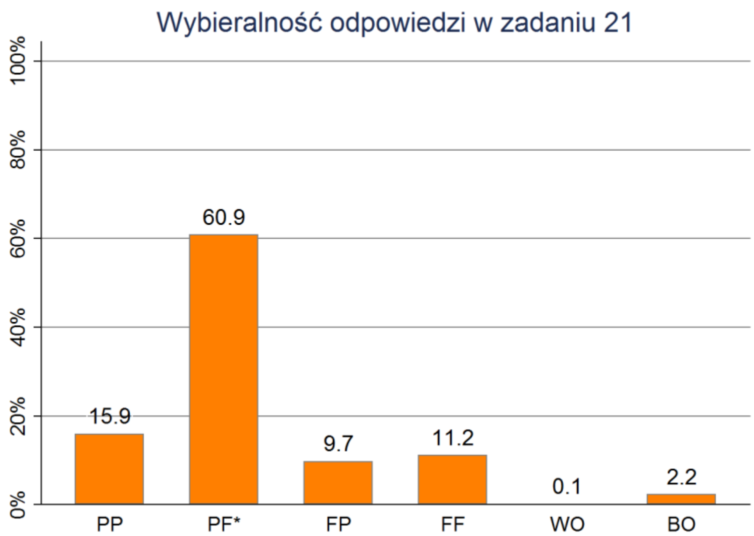
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Pole trójkąta *LMN* jest większe niż pole trójkąta *KLN*.	P*	F
Pola tych trójkątów różnią się o 5 cm^2.	P	F*

Wymagania ogólne: III. Modelowanie matematyczne.

Wymagania szczegółowe: 11. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
2) oblicza pola: kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trójkąta, trapezu przedstawionych na rysunku […].

Aby poprawnie rozwiązać to zadanie, wystarczy umieć obliczać pole trójkąta.



Aby otrzymać punkt za to zadanie należało prawidłowo ocenić prawdziwość obu podanych w nim zdań. Potrafiło to zrobić 61% uczniów.

Pierwszą część zadania poprawnie rozwiązało 77%, a drugą – 72% uczniów.

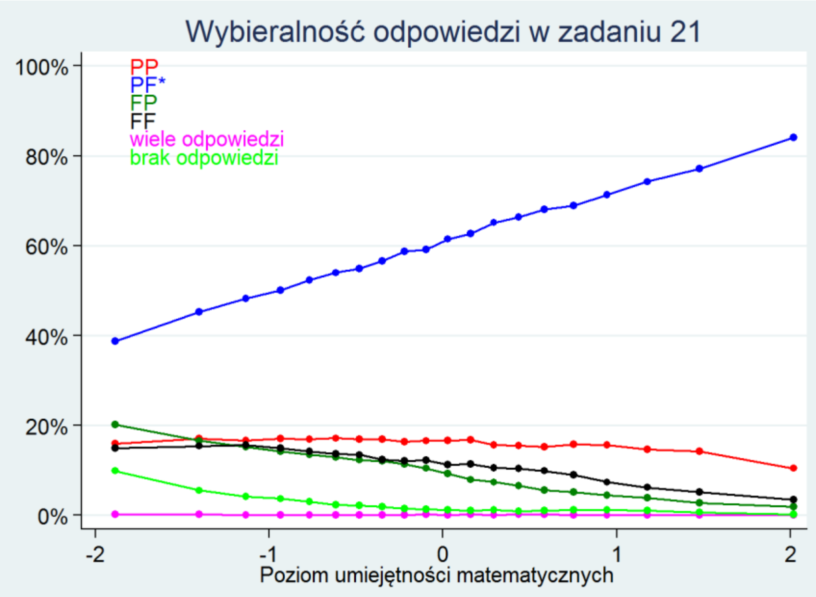
Błędnych odpowiedzi udzieliło odpowiednio: w pierwszej części zadania – 21%, w drugiej części – 26% uczniów. Obu niepoprawnych odpowiedzi udzieliło 10% uczniów.

Zadanie opuściło 55 uczniów, a 3 uczniów zaznaczyło więcej niż jedną kratkę na karcie odpowiedzi. Wyniki osiągane przez chłopców i dziewczęta w tym zadaniu nie różniły się.

Dość dziwne wydaje się, że tylko 77% uczniów poprawnie oceniło prawdziwość pierwszego zdania – przecież nawet „na oko” widać, że szary trójkąt jest większy niż biały. Można się było więc spodziewać, że nawet ci uczniowie, którzy nie potrafią obliczyć pola trójkąta, na to pytanie odpowiedzą poprawnie. Może to znaczyć, że prawie co czwarty szóstoklasista nie kojarzy intuicyjnie pola figury z jej wielkością.

Sprawdzeniem, czy w pierwszym zdaniu uczeń odpowiadał „na oko”, czy rzeczywiście potrafi obliczać pole trójkąta jest drugie zdanie. I okazuje się, że było 16% uczniów, którzy pierwsze zdanie ocenili poprawnie, ale w drugim zrobili błąd (odpowiedź PP).

Najbardziej dziwi wybór odpowiedzi FF, dokonany przez 11% uczniów. Wydaje się bardzo mało prawdopodobne, żeby uczeń potrafił poprawnie obliczyć różnicę między polami podanych trójkątów, a nie potrafił powiedzieć, który z nich jest większy. Bardzo więc prawdopodobne, że taki układ odpowiedzi wynika z błędów nieuwagi lub wybierania odpowiedzi na „chybił –trafił”.



Na tym wykresie najciekawszy jest przebieg czerwonej linii pokazującej wybór odpowiedzi PP. Okazuje się, że sytuacja, gdy uczeń prawidłowo ocenia, który trójkąt jest większy, ale nie potrafi poprawnie obliczyć różnicy pól tych trójkątów, jest niezależna od poziomu umiejętności uczniów – równie często przydarza się ona uczniom najsłabszym, średnim i bardzo dobrym. Jedynie wśród najlepszych częstość jej wyboru lekko spada.

Z wykresu widać również, że nawet wśród najsłabszych uczniów poprawna odpowiedź była wybierana zdecydowanie częściej niż każda z odpowiedzi błędnych. Warto również zwrócić uwagę, że nawet dla uczniów najlepszych nie jest to tak łatwe zadanie, jak mogłoby się wydawać – niewiele ponad 80% spośród nich rozwiązało je poprawnie.

Zalecenia

W nauczaniu geometrii istotnym elementem jest manipulowanie realnymi obiektami. Warto dawać uczniom jak najwięcej okazji do zdobywania takich doświadczeń i wyrabiania intuicji geometrycznych.

Pracę z uczniami trzeba jak zwykle zacząć od ustalenia przyczyn popełnionych błędów. Dalszą pracę proponujemy rozpocząć od wycięcia z kartonów o różnych kolorach dwóch trójkątów przystających do narysowanych i rozwiązania zadania z ich pomocą. Manipulowanie trójkatami – sprawdzanie równości wysokości, porównywanie długości podstaw – ułatwi wnioskowanie, rzuci inne światło na zagadnienie porównywania pól trójkątów. Następny sposób to dorysowanie na rysunku odpowiednich odcinków, pozwalających na rozwiązanie zadania „na skróty". Na koniec zostawiamy sposób rachunkowy. Warto podyskutować o tym, który sposób jest zdaniem uczniów najbardziej efektywny, który sami zastosowali i dlaczego.

Zadanie 27.

Adam chce kupić łyżwy do gry w hokeja. Wybrany przez niego model w sklepie *U Sportowców* kosztuje 425 zł. Chłopiec może kupić je w tym sklepie o 50 zł taniej, ponieważ ma kupon rabatowy. Takie same łyżwy w sklepie *Sporty Zimowe* kosztują 440 zł, ale na styczeń zapowiedziano obniżkę cen na wszystkie towary o 20%.

W którym sklepie Adam będzie mógł w styczniu taniej kupić wybrane łyżwy?

Wymagania ogólne: III. Modelowanie matematyczne.

Wymagania szczegółowe: 12. Obliczenia praktyczne. Uczeń:
2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości, w stopniu trudności typu 50%, 10%, 20%.
14. Zadania tekstowe. Uczeń:
5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.
2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:
6) porównuje różnicowo i ilorazowo liczby naturalne.

Zadanie sprawdza umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych osadzonych w kontekście praktycznym. Wymaga zatem przede wszystkim przeanalizowania przedstawionej sytuacji i zrozumienia zasad przyznawania obniżek w obu sklepach. Do jego rozwiązania potrzebna jest również umiejętność obliczenia procentu z danej liczby, co dla uczniów szkoły podstawowej nie jest łatwe.

Przykładowe rozwiązania

<u>I rozwiązanie</u>

425 – 50 = 375 (zł) – cena łyżew w sklepie *U sportowców*

80% z 440 = 0,8 · 440 = 352 (zł) – cena łyżew w sklepie *Sporty Zimowe*

Odpowiedź: Adam w styczniu może taniej kupić łyżwy w sklepie *Sporty Zimowe*.

<u>II rozwiązanie</u>

U sportowców: 425 zł – 50 zł = 375 zł

Sporty Zimowe: 20% z 440 zł = $\frac{2\cancel{0}}{10\cancel{0}} \cdot 44\cancel{0}$ zł = 88 zł – obniżka

440 zł – 88 zł = 352 zł – cena po obniżce

Odpowiedź: W styczniu łyżwy będą tańsze w sklepie *Sporty Zimowe*.

<u>III rozwiązanie</u>

425 zł – 50 zł = 375 (zł) – cena łyżew *U sportowców*

100% – 440 zł

10% – 44 zł

20% – 88 zł

440 – 88 = 352 (zł) – cena łyżew w sklepie *Sporty Zimowe*

Odpowiedź: W styczniu łyżwy będą tańsze w drugim sklepie.

Schemat oceniania

3 punkty

<u>Kod 3.1</u> **–** poprawnie obliczone ceny łyżew w obu sklepach (375 zł i 352 zł, z jednostkami lub bez) i poprawny wniosek (może być w formie porównania liczb).

2 punkty

<u>Kod 2.1</u> **–** poprawny sposób obliczenia cen łyżew w obu sklepach (w tym poprawny sposób obliczenia kwoty obniżki w drugim sklepie), ale z błędami rachunkowymi i wniosek zgodny z obliczonymi cenami.

Na przykład: *U sportowców*: 425 zł – 50 zł = 375 zł

Sporty Zimowe: 20% z 440 zł = 88 zł, 440 zł – 88 zł = <u>348</u> zł.

Odp. W drugim sklepie jest taniej.

<u>Kod 2.2</u> **–** poprawnie obliczone ceny łyżew w obu sklepach (375 zł i 352 zł, z jednostkami lub bez), ale brak wniosku.

<u>Kod 2.3</u> **–** poprawnie obliczona cena łyżew w pierwszym sklepie (375 zł), poprawnie obliczone 20% ceny łyżew w drugim sklepie (88 zł), ale kwota 88 zł błędnie potraktowana jako cena łyżew po obniżce. Wniosek zgodny z obliczonymi cenami.

<u>Kod 2.4</u> **–** błędnie obliczona cena łyżew w pierwszym sklepie, poprawnie obliczona cena łyżew w drugim sklepie (352 zł). Wniosek zgodny z obliczonymi cenami.

Na przykład: *U sportowców*: 425 zł : 2 = 212,50 zł – 50% obniżki

425 – 212,5 = 212,50 zł – cena po obniżce

Sporty Zimowe: 440 zł : 10 = 44 zł – 10% obniżki

44 zł · 2 = 88 zł – 20% obniżki

440 zł – 88 zł = 352 zł – cena po obniżce

Odp. W sklepie U sportowców można kupić te łyżwy taniej.

1 punkt

Kod 1.1 **–** poprawnie obliczona cena łyżew w pierwszym sklepie, druga cena obliczona niepoprawnie (błędy inne niż rachunkowe, np. błąd w metodzie obliczenia procentu z liczby) lub brak obliczenia drugiej ceny i wniosek zgodny z obliczonymi cenami.

Na przykład: 425 zł – 50 zł = 375 zł – 1 sklep

$$20\% \cdot 440 = \frac{1}{2\cancel{0}} \cdot 44\cancel{0} = 22$$

440 zł – 22 zł = 418 zł – 2 sklep

Odp. W pierwszym sklepie jest taniej.

Kod 1.2 **–** poprawna metoda obliczenia kwoty obniżki w sklepie *Sporty Zimowe* (88 zł), dalsze rozwiązanie zawiera błędy inne niż rachunkowe lub rozwiązanie nie zostało dokończone.

Na przykład: 425 zł – 50 zł = 375 zł

0,2 · 440 zł = 88 zł

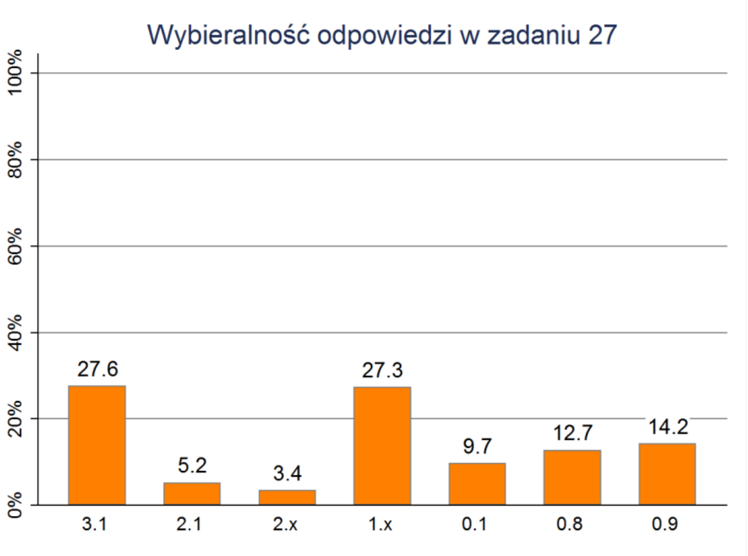
0 punktów

Kod 0.1 **–** obliczenie tylko ceny łyżew w sklepie *U sportowców* (375 zł), druga cena obliczona niepoprawnie i brak wniosku lub wniosek niezgodny z obliczeniami

Kod 0.8 – inne błędne rozwiązania

Kod 0.9 – brak rozwiązania

Uzyskane wyniki i ich interpretacja



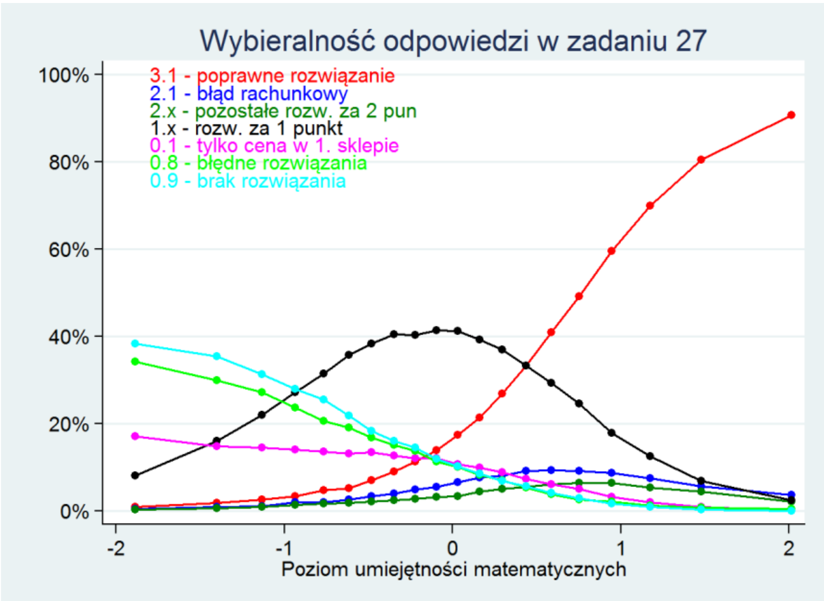
Za zadanie można było uzyskać maksymalnie 3 punkty. Średni wynik uczniów wynosi 1,27 punktu (42%). Średni wynik chłopców to 1,31 punktu (44%), a dziewczynek 1,23 punktu (41%) – różnica jest nieistotna statystycznie.

Całkowicie poprawnie rozwiązało to zadanie prawie 28% uczniów – uzyskali oni 3 punkty (kod 3.1). Kolejne 5% uczniów (kod 2.1) również wiedziało, jak rozwiązać zadanie – zrozumieli opisaną sytuację, właściwie dobrali działania, wiedzieli, jak oblicza się procent z danej liczby, ale popełnili w którymś z obliczeń błąd rachunkowy. Uzyskali oni 2 punkty. Pozostałe kody, za które przyznawane były 2 punkty (kody 2.1, 2.3 i 2.4) otrzymało łącznie nieco ponad 3% uczniów. Popełnili oni niewielkie błędy, ale pokonali główną trudność zadania, czyli obliczyli kwotę obniżki w drugim sklepie. Łącznie 2 punkty w tym zadaniu uzyskało prawie 9% uczniów.

Bardzo wielu uczniów, aż 25%, otrzymało kod 1.1 (1 punkt). Uczniowie ci potrafili obliczyć cenę łyżew w pierwszym sklepie, ale nie poradzili sobie z procentową obniżką w drugim sklepie – nie potrafili poprawnie obliczyć 20% z danej liczby. Natomiast doprowadzili oni swoje rozwiązanie do końca i podali, która z obliczonych przez nich cen jest niższa. Drugi z kodów, za który otrzymywało się 1 punkt (kod 1.2) uzyskało tylko 2% uczniów. Łącznie 1 punkt w tym zadaniu uzyskało 27% uczniów.

Kolejne 10% uczniów (kod 0.1) obliczyło tylko cenę łyżew w pierwszym sklepie. Dalsza część zadania została rozwiązana niepoprawnie lub wcale. Następne 13% podało inne, błędne rozwiązanie (kod 0.8), a 14% całkowicie pominęło to zadanie i nie podjęło próby jego rozwiązania (kod 0.9). Łącznie 0 punktów w tym zadaniu uzyskało 37% uczniów.

Okazuje się więc, że to na pozór dość typowe zadanie tekstowe okazało się dla uczniów zaskakująco trudne – aż 64% uczniów uzyskało za nie mniej niż połowę punktów. Przyczyną tego wysokiego odsetka niepowodzeń była konieczność obliczenia procentu z danej liczby. Po raz kolejny potwierdza się, że jest to dla uczniów szkoły podstawowej bardzo trudna umiejętność.



Na powyższym wykresie kody 2.2, 2.3 i 2.4, za które uczeń otrzymywał 2 punkty zostały połączone, ponieważ każdy z nich otrzymało mniej niż 2% uczniów, więc rysowanie oddzielnej linii dla każdego z nich tylko zaciemniałoby obraz. Z podobnych przyczyn połączono kody 1.1 i 1.2.

Wykres pokazuje, że zadanie zostało rozwiązane całkowicie poprawnie przez 90% najlepszych uczniów. Wśród uczniów o średnich umiejętnościach niecałe 20% potrafiło je rozwiązać – większość tych uczniów uzyskiwała za nie 1 punkt (ok. 40%). Z kolei uczniowie najsłabsi najczęściej zadanie opuszczali (prawie 40%) lub rozwiązywali je całkowicie źle (ok. 35%). Znacznie rzadziej (niecałe 20%) otrzymywali kod 0.1, czyli potrafili obliczyć cenę łyżew w pierwszym sklepie, ale nie radzili sobie z obniżką procentową i wnioskiem. Mniej niż 10% uczniów najsłabszych uzyskiwało kod 1.1 czyli 1 punkt. 2 punkty uzyskiwali za to zadanie uczniowie o umiejętnościach wyższych niż średnie, ale nie najlepsi – wśród nich znajdują się uczniowie popełniający błędy rachunkowe.

Zalecenia

Zbudowanie modelu matematycznego dla tego zadania nie było dla uczniów prostym wyzwaniem. Lista czynności do wykonania była dość długa – należało uporządkować informacje, wybrać sposób obliczenia cen po obniżkach, wykorzystując obliczanie procentu z liczby, wykonać te obliczenia i porównać otrzymane wyniki. W zapisach uczniowskich można było obserwować pewną nieporadność rozwiązań, dlatego omawiając to zadanie w klasie warto kolejny raz podkreślić potrzebę porządkowania danych i zapisywania swoich objaśnień przy wynikach częściowych. Zachęcamy do zaprezentowania przez uczniów swoich rozwiązań na tablicy oraz wspólnego omówienia poprawek doskonalących sposób zapisu.

Domyślać się można, że uczniom brakuje jeszcze doświadczenia w rozwiązywaniu zadań składających się z kilku kroków. Tylko odpowiednio duża liczba różnorodnych ćwiczeń może wyposażyć ucznia w umiejętność budowania modelu takiej dość złożonej sytuacji.

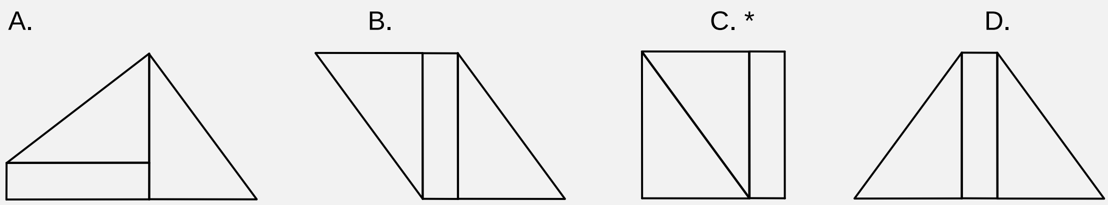
Wymaganie ogólne: Rozumowanie i tworzenie strategii

Umiejętności zawarte w tym obszarze sprawdzane były przez trzy zadania z zestawu – zadania 20, 22 i 28.

Zadanie 20.

Z prostokąta i trójkątów takich, jakie przedstawiono
na rysunku obok, zbudowano cztery figury geometryczne.

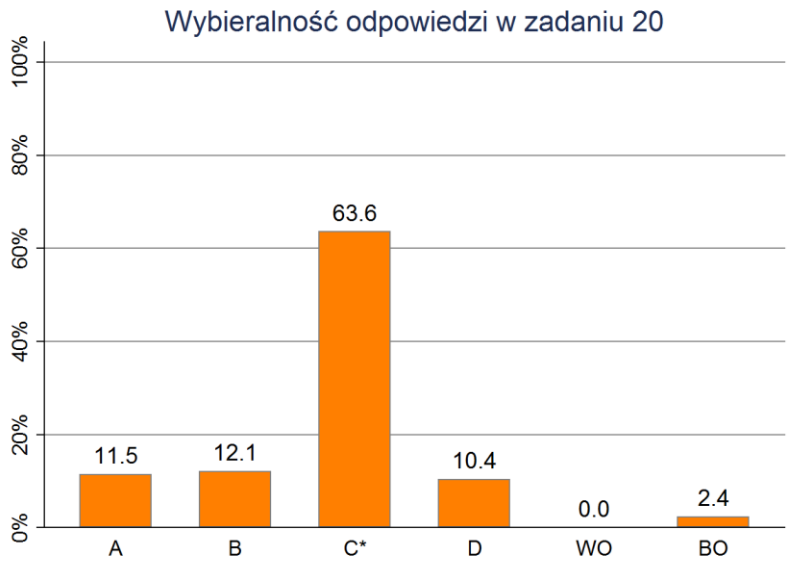
Która z poniższych figur ma najmniejszy obwód?
Wybierz odpowiedź spośród podanych.



Wymagania ogólne: IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.

Wymagania szczegółowe: 11. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.
14. Zadania tekstowe. Uczeń:
3) dostrzega zależności między podanymi informacjami.

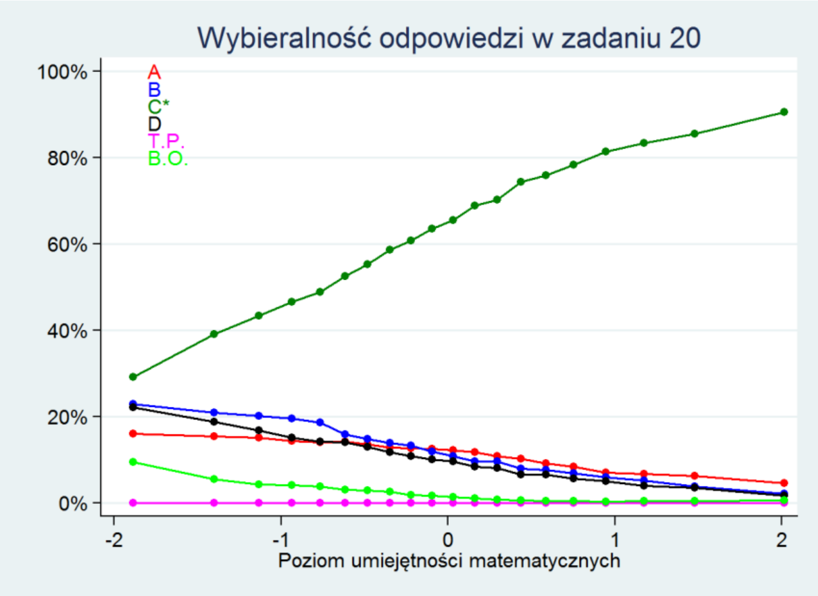
Aby rozwiązać to zadanie uczeń musi odpowiednio „przenieść” wymiary z trójkąta i prostokąta na zbudowane z nich figury. Następnie może obliczyć obwód każdej z nich i wybrać najmniejszy. Może również zauważyć, że w każdym z obwodów niektóre długości boków się powtarzają. A ponieważ w zadaniu nie ma pytania, jakie są poszczególne obwody, a jedynie, który jest najmniejszy, wystarczy porównać te długości odcinków, którymi różnią się obwody. Jeszcze innym sposobem porównania obwodów jest zauważenie, że obwód jest tym mniejszy, im dłuższe odcinki „zamknięte są” wewnątrz figury. Jeśli tak się spojrzy na zadanie, łatwo można zobaczyć, że wewnątrz figur A, B i D „zamknięte” są po dwa odcinki o długości 4 cm, a wewnątrz figury C – odcinki o długościach 4 cm i 5 cm. Zatem figura C ma najmniejszy obwód. Takiej odpowiedzi udzieliło prawie 64% uczniów.



Uczniowie, którzy udzielili pozostałych odpowiedzi prawdopodobnie popełnili błąd w rachunkach lub wybrali odpowiedź „na chybił-trafił”.

Zadanie opuściło 58 osób, a tylko 1 osoba zaznaczyła więcej niż jedną odpowiedź.

Zadanie było nieco łatwiejsze dla dziewczynek (65%) niż dla chłopców (62%), jednak różnica jest nieistotna statystycznie.



Wykres pokazuje, że nawet najsłabsi uczniowie częściej wybierali odpowiedź poprawną (30%), niż pozostałe odpowiedzi błędne.

Zalecenia

Często podkreślamy, że w nauczaniu geometrii istotnym elementem jest manipulowanie realnymi obiektami. Zdobywanie takich doświadczeń i wyrabianie intuicji geometrycznych to niesłychanie istotny element warunkujący sukces ucznia w opanowaniu geometrii.

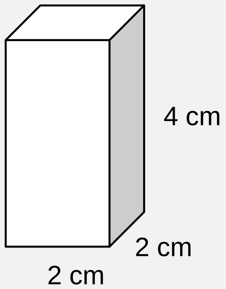
Pracę z uczniami nad zadaniem można przeprowadzić na dwa sposoby. Proponujemy rozpocząć od wycięcia każdemu uczniowi z kolorowych kartonów czterech kompletów figur (w każdym komplecie: dwa trójkąty i prostokąt – takie, jak podano w zadaniu) i ułożenia z nich czterech omawianych figur. Można zacząć od rachunkowego sprawdzenia obwodów tych figur i znalezienia najmniejszego. Kolejny krok to postawienie pytań: czy nie widać innego, prostszego sposobu rozwiązania?, czy konieczne są tak żmudne rachunki? Jeśli uczniowie samodzielnie manipulowali figurami, składali je, rozdzielali, mają szansę na zwrócenie uwagi, że w obliczaniu obwodu ułożonych figur kluczowe znaczenie mają odcinki, które przy składaniu „chowają się” wewnątrz figury. Dobrze byłoby, gdyby zauważyli, że im więcej odcinków „schowa się”, tym mniejszy jest obwód powstałej figury.

Oczywiście, im wiecej takich ćwiczeń uczniowie wcześniej wykonają, im bardziej różnorodne będą figury, których będą używać do manipulacji, tym łatwiej będą dostrzegać różne zależności i prawidłowości geometryczne.

Warto przy tej okazji rozwiązywać analogiczne zadania geometryczne o danych w postaci ogólnej, algebraicznej. Należy także, w przypadku takich zadań, przyzwyczajać uczniów do uzasadniania swoich ocen, wynikających zarówno z rachunków, jak i rozumowań.

Zadanie 22.

Martyna chce zbudować sześcian z prostopadłościennych klocków takich, jak przedstawiony na rysunku.



Ile najmniej klocków potrzebuje?
Wybierz odpowiedź spośród podanych.

A. 2 B. 4 * C. 6 D. 8

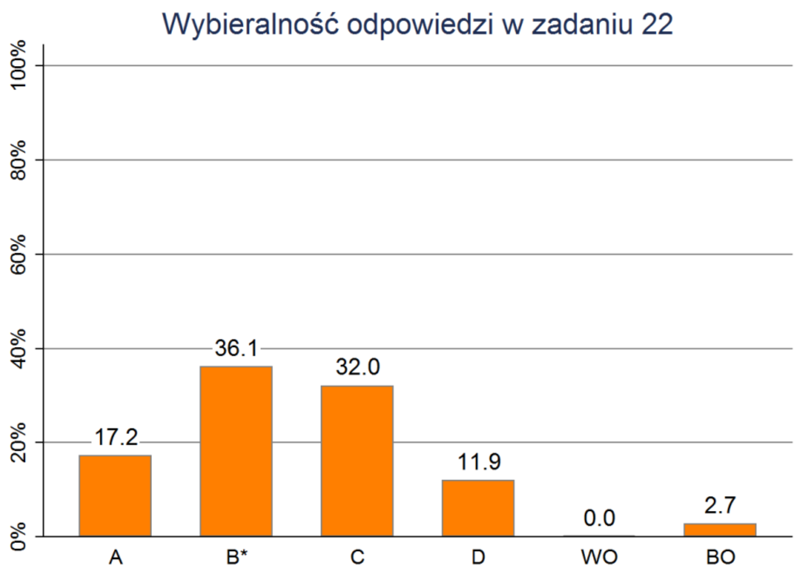
Wymagania ogólne: IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.

Wymagania szczegółowe: 14. Zadania tekstowe. Uczeń:
5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

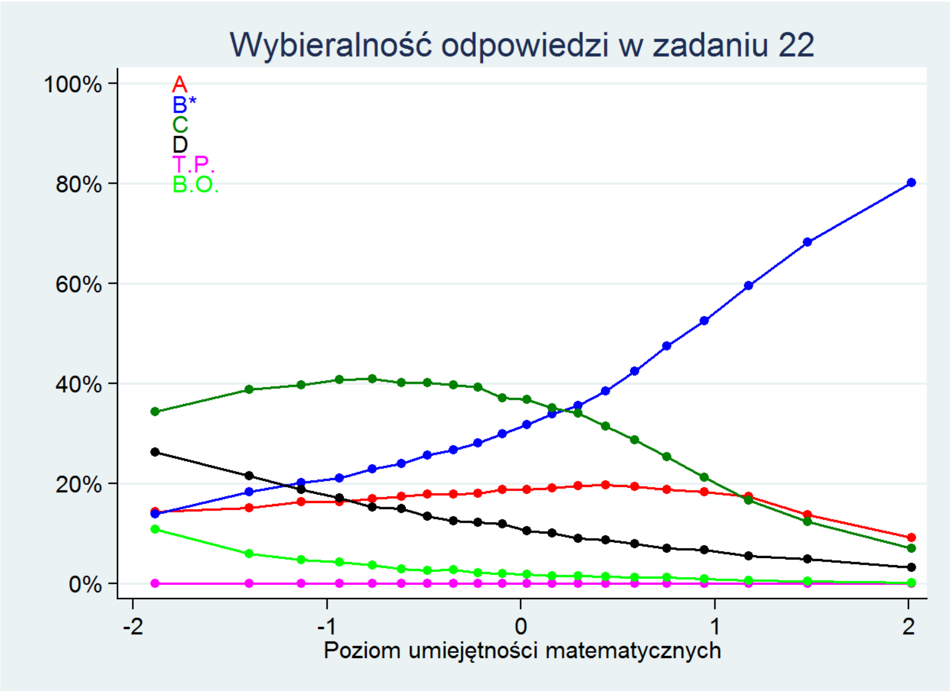
Aby rozwiązać to zadanie wystarczy znajomość pojęcia „sześcian” i doświadczenie w budowaniu z klocków lub wyobraźnia przestrzenna (choć, aby ją rozwinąć, również niezbędne jest samodzielne operowanie, manipulowanie, budowanie – ogólnie – własne doświadczenie).

Poprawną odpowiedź B wybrało zaledwie 36% uczniów.

Odpowiedź A może wskazywać na to, że uczeń widzi „płasko” – kładzie dwa klocki obok siebie i widzi kwadrat o boku 4. Nie dostrzega, że należy go jeszcze „pogrubić”. Tę odpowiedź wybierało 17% uczniów. Z kolei odpowiedź C może świadczyć o nieznajomości pojęcia sześcianu – może ona wynikać z prostego skojarzenia słowa sześcian z liczbą sześć. Takiej odpowiedzi udzieliło aż 32% uczniów. Odpowiedź D pochodzi albo z mnożenia przez siebie niektórych wymiarów prostopadłościanu, albo była wybierana „na chybił-trafił” – tę odpowiedź wskazało 12% uczniów.



Zadanie zostało poprawnie rozwiązane przez 34% dziewczynek i 38% chłopców – jednak różnica jest nieistotna statystycznie. Zadanie pominęło 66 uczniów, a 1 uczeń zaznaczył kilka odpowiedzi.



Wykres pokazuje, że zarówno wśród uczniów o najniższych, jak i średnich umiejętnościach najczęściej wybierana była odpowiedź C (35-40%) i częstość jej wyborów nie maleje w tej grupie wraz ze wzrostem umiejętności. Odpowiedź A była znacznie rzadziej wybierana, ale ciekawe jest to, że częstość jej wyborów jeszcze mniej zależy od poziomu umiejętności – wskazuje na nią po 15-20% uczniów słabszych, jak i średnich i lepszych. Tylko jedna odpowiedź niepoprawna D jest tym rzadziej wybierana, im wyższy jest poziom umiejętności uczniów. Poprawna odpowiedź B jest wybierana tylko przez ok. 15% uczniów najsłabszych, ok. 30% średnich i 80% najlepszych. A zatem nawet najlepsi uczniowie nie poradzili sobie z tym zadaniem najlepiej.

Bardzo słabe wyniki tego zadania pokazują, że uczniowie mają słabo wyrobioną wyobraźnię geometryczną. Zaskakuje, że dotyczy to niemal wszystkich uczniów – tych słabszych i tych lepszych w innych umiejętnościach matematycznych.

Zalecenia

Znów przypominamy, że w nauczaniu geometrii istotnym elementem jest manipulowanie realnymi obiektami. Uczniowie, którzy nie składali brył z sześciennych i prostopadłościennych klocków będą mieli problem z wyobrażeniem sobie sześcianu złożonego z podanych klocków. Jeśli jeszcze nie przeszli drogi projektowania bryły, nie podejmowali prób kończących się raz fiaskiem, raz sukcesem, trzeba im to w szkole podstawowej umożliwić. Zachęcamy do różnorodnych ćwiczeń związanych nie tylko z budowaniem brył ze wskazanych elementów, jak w zadaniu, ale również do dzielenia brył na dwie lub więcej części o zadanych własnościach. Przy tej okazji można przyglądać się, jak zmienia się pole powierzchni oraz objetość zarówno brył wyjściowych, jak i ich elementów składowych.

Istotne jest także, że w takiej „zabawie" zwykle chętnie biorą udział wszyscy uczniowie – i ci, którzy czują się dobrzy w matematyce, jak i ci, którzy dotąd nie odkryli swoich talentów w tej dziedzinie. Ponieważ uczniowie chętnie się bawią, dzielą swoimi pomysłami i uwagami, należy wykorzystać tę okazję do doskonalenia formułowania ich spostrzeżeń oraz uzasadniania ich własnych wniosków.

Zadanie 28.

Pojemnik na cukier ma kształt prostopadłościanu o wymiarach: 17 cm, 10 cm, 8 cm. Masa 1 cm^3 cukru jest równa 0,8 grama.

Czy w tym pojemniku zmieści się 1 kg cukru?

Wymagania ogólne: IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.

Wymagania szczegółowe: 14. Zadania tekstowe. Uczeń:

5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

11. Obliczenia w geometrii. Uczeń:

4) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi;

5) stosuje jednostki objętości i pojemności: litr, mililitr, dm^3, m^3, cm^3, mm^3.

Aby rozwiązać to zadanie uczeń przede wszystkim musi obliczyć pojemność puszki. Ale musi też mieć świadomość, że to jeszcze za mało, żeby ocenić, czy zmieści się tam kilogram cukru. Teraz albo musi obliczyć, ile gramów cukru mieści się w tej puszce – i stwierdzić, czy wobec tego kilogram się zmieści, czy nie (I sposób). Albo obliczyć, jaką objętość zajmuje 1 kg cukru, porównać z obliczoną wcześniej pojemnością puszki i podać konkluzję (II sposób).

Przykładowe rozwiązania

I rozwiązanie

$V = 17\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} = 1360\text{ cm}^3$

Do pojemnika można wsypać 1360 cm^3 cukru.

1 cm^3 cukru to 0,8 grama, czyli w pojemniku zmieści się $1360 \cdot 0{,}8 = 1088$ gramów cukru.

1 kg cukru to 1000 gramów, czyli 1 kg cukru zmieści się w pojemniku.

II rozwiązanie

$V = 17 \cdot 10 \cdot 8 = 1360$ (cm^3) – objętość pojemnika

$1000 : 0{,}8 = 1250$ (cm^3) – objętość 1 kg cukru

$1250 < 1360$

Odpowiedź: Jeden kilogram cukru zmieści się w pojemniku.

Schemat oceniania

3 punkty

Kod 3.1 **–** poprawne obliczenie pojemności puszki (1360 cm^3) i masy cukru, który się zmieści w puszce (1088 g) oraz zapisanie poprawnego wniosku.

Kod 3.2 – poprawne obliczenie pojemności puszki (1360 cm^3) i objętości 1 kg cukru (1250 cm^3) oraz zapisanie poprawnego wniosku.

2 punkty

Kod 2.1 – poprawny sposób obliczenia pojemności puszki i masy cukru, który się zmieści w puszce, ale z błędami rachunkowymi. Wniosek zgodny z wynikiem obliczeń.

Kod 2.2 – poprawny sposób obliczenia pojemności puszki i objętości 1 kg cukru, ale z błędami rachunkowymi. Wniosek zgodny z wynikiem obliczeń.

Kod 2.3 – poprawnie obliczona pojemność puszki (1360 cm^3) i masa cukru, który zmieści się w puszce (1088 g), ale brak wniosku lub błędny wniosek.

Kod 2.4 – poprawnie obliczona pojemność puszki (1360 cm^3) i objętość 1 kg cukru (1250 cm^3), ale brak wniosku lub błędny wniosek.

1 punkt

Kod 1.1 – poprawnie obliczona pojemność puszki (1360 cm^3). W dalszej części rozwiązania błędy inne niż rachunkowe lub rozwiązanie nie zostało dokończone.

Na przykład: $V = 17 \cdot 10 \cdot 8 = 1360$

1 kg = 1000 g

Odp. Tak, 1 kg cukru zmieści się w puszce.

Inny przykład: $17 \cdot 10 \cdot 8 = 1360\ cm^3$

1360 : 0,8 = 1700 g

Odp. W tym pojemniku zmieści się 1 kg cukru.

Kod 1.2 – poprawny sposób obliczenia pojemności puszki i masy cukru, który zmieści się w puszce lub objętości 1 kg cukru, ale z błędami rachunkowymi. Brak wniosku lub błędny wniosek.

Kod 1.3 – błędny sposób obliczenia pojemności puszki i poprawny sposób obliczenia masy cukru, który zmieści się w puszce („pojemność” · 0,8 g). Wniosek zgodny z wynikiem obliczeń.

0 punktów

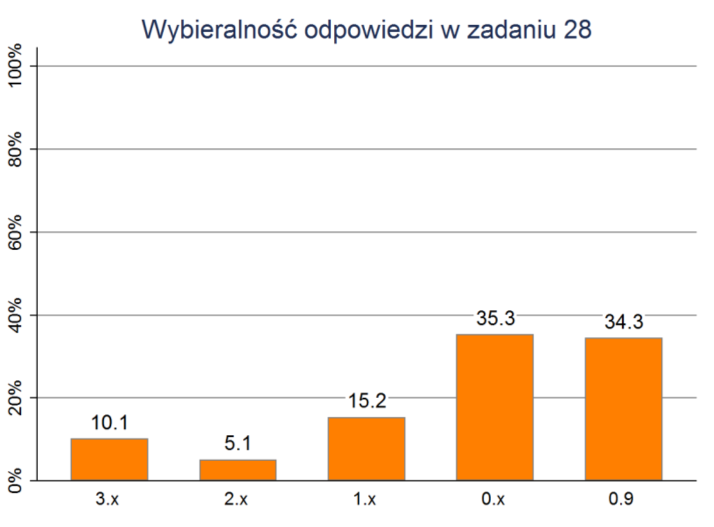
Kod 0.1 – poprawny sposób obliczenia pojemności puszki ($17 \cdot 10 \cdot 8$), wynik błędny. W dalszej części rozwiązania błędy inne niż rachunkowe lub rozwiązanie nie zostało dokończone.

Kod 0.2 – błędny sposób obliczenia pojemności puszki i poprawny sposób obliczenia masy cukru, który się zmieści w puszce („pojemność” · 0,8 g). Brak wniosku lub błędny wniosek.

Kod 0.8 – inne błędne rozwiązanie

Kod 0.9 – brak rozwiązania

Uzyskane wyniki i ich interpretacja



Było to zdecydowanie najtrudniejsze zadanie w zestawie – średnio uczniowie zdobyli za nie 0,56 punktu na 3 możliwe (19%). Średni wynik chłopców to 0,59 punktu (20%), a dziewczynek 0,52 punktu (17%) – różnica jest nieistotna statystycznie.

Pewne znaczenie może tu mieć fakt, że było to ostatnie zadanie w zestawie i zapewne części uczniów zabrakło czasu na podjęcie próby jego rozwiązania. Dotyczyć to może aż 34% uczniów (kod 0.9).

Poziomy rozwiązania zadania:

- Nieco ponad 10% uczniów rozwiązało zadanie całkowicie poprawnie i uzyskało za swoje rozwiązanie 3 punkty. Co ciekawe, zdecydowana większość spośród nich (9,5%) liczyła, ile cukru zmieści się w puszce (kod 3.1), a tylko 0,6% obliczała objętość 1 kg cukru i porównywała ją z pojemnością puszki.

- 5% uczniów rozwiązało zadanie częściowo poprawnie i uzyskało 2 punkty. Wśród nich 2/3 popełniło błędy rachunkowe (3,3% - kody 2.1 i 2.2), a 1/3 (1,6% - kody 2.3 i 2.4) miała problem z poprawnym wyciągnięciem wniosku.

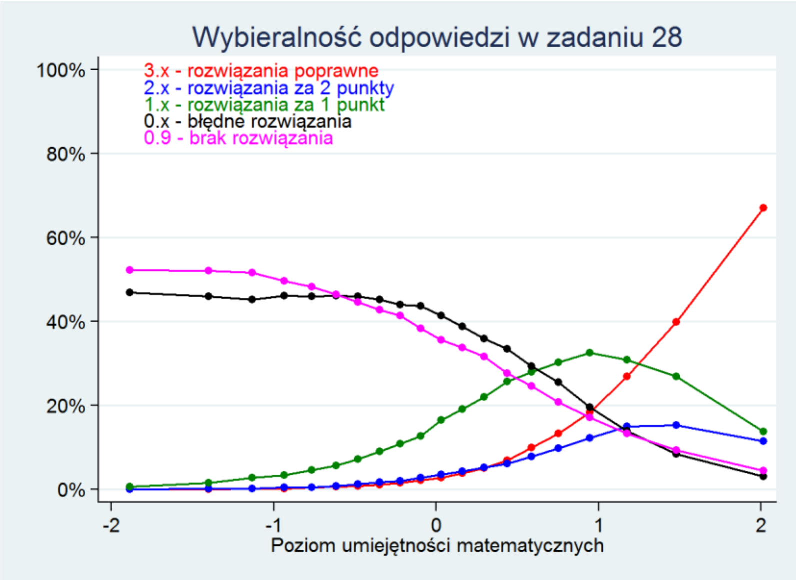
- Kolejne 15% uczniów zrobiło poprawnie tylko jeden krok rozwiązania i otrzymało 1 punkt. Wśród tych uczniów 10% potrafiło poprawnie obliczyć pojemność puszki (kod 1.1), ale nie poradziło sobie z obliczeniem masy cukru. Kolejne 4% nie potrafiło poprawnie obliczyć pojemności puszki, ale wiedzieli, jak obliczyć masę cukru, który się w niej zmieści (kod 1.3). Ostatnie 1% uczniów z tej kategorii poprawnym sposobem liczyło pojemność puszki i masę cukru, ale popełnili oni zarówno błędy rachunkowe, jak i wyciągnęli ze swoich obliczeń błędne wnioski.

- 35% uczniów podjęło próbę rozwiązania, ale przedstawiło rozwiązania zupełnie błędne – otrzymali oni 0 punktów,

- Ostatnie 34% uczniów nie podjęło próby rozwiązania zadania – oni również otrzymali 0 punktów.

Częstym błędem popełnianym przez uczniów, którzy podjęli próbę rozwiązania tego zadania było mylenie objętości z polem powierzchni. Pewną pomocą w tej kwestii mogłyby być uzyskiwane jednostki (powinny być cm^3, a nie cm^2), ale uczniowie nie potrafią się jeszcze nimi w ten sposób posłużyć.

Innym niezbyt częstym, ale bolesnym błędem było niepoprawne wnioskowanie na podstawie przeprowadzonych obliczeń. Popełniał go co dziesiąty uczeń spośród tych, którzy uzyskali co najmniej 1 punkt w tym zadaniu (3% wśród 30%). Oznacza to, że pewna część dobrych i bardzo dobrych uczniów, którzy potrafili właściwie zaprojektować działania w tym trudnym zadaniu, na końcu nie potrafiła zinterpretować uzyskanych wyników.



Na powyższym wykresie dla czytelności obrazu wszystkie kody, za które uczeń otrzymywał 2 punkty zostały połączone w jedną linię. Podobnie kody 1-punktowe.

Wykres pokazuje, co łatwo odgadnąć patrząc na odsetki uczniów uzyskujących jakiekolwiek punkty w tym zadaniu, że uczniowie słabsi z reguły opuszczali to zadanie lub przedstawiali rozwiązania całkowicie błędne. Wśród uczniów o średnim poziomie umiejętności nadal zdecydowana większość otrzymuje 0 punktów, ale już około 15% – 1 punkt i minimalny odsetek 2 lub 3 punkty. Wśród najlepszych uczniów zdecydowana większość (prawie 70%) rozwiązała zadanie w pełni poprawnie, a po około 15% uczniów uzyskało za swoje rozwiązanie 2 punkty lub 1 punkt.

Zalecenia

Zadanie jest trudne dla uczniów nie tylko ze względu na liczbę etapów do pokonania, ale również powiązanie objętości z masą. Praktyczny walor zadania można jednak wykorzystać do zainteresowania problemem. Warto zwrócić uwagę na to, że piekąc ciasto zazwyczaj nie waży się użytej mąki czy cukru, tylko odmierza ją np. szklanką. W celu przybliżenia uczniom tych zagadnień zachęcamy do stworzenia cyklu zadań rozpoczynającego się od problemu:

Masa kostki cukru o objetości 1 cm^3 jest równa 1,59 g. Jaka jest masa 10 takich kostek? Kolejne pytania:

Ile takich kostek zmieści się w sześciennym pudełku o krawdzi 10 cm? Jaka będzie masa tych kostek?

Co się stanie po rozkruszeniu kostek? Jak mierzyć?

Jak liczyć, jeśli rozkruszona kostka cukru zmieści się w dwóch małych łyżeczkach? Jaka jest masa łyżeczki cukru?

Ile będzie ważył cukier w naczyniu, w którym mieści się 40 łyżeczek cukru? Jaka jest pojemność tego naczynia? itd.

Łagodne wyjście od jednej kostki, następnie przez utożsamienie objetości pudełka z 1000 kostek cukru przejście do ich masy, operowanie „łyżeczką cukru" pozwala na zrozumienie problemu. Oczywiście pomijamy pojęcie gęstości, które może tylko utrudnić rozwiazanie zadania.