

Jerzy Matwijko

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie

W jakim stopniu uczniowie opanowali umiejętność Wykorzystywania wiedzy w praktyce?

Analiza zadań otwartych z arkusza Sprawdzian 2012

W Pracowni Sprawdzianów Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Krakowie przeprowadzono analizę jakościową zadań matematycznych otwartych, by zobaczyć, w jakim stopniu uczniowie opanowali umiejętności opisane w standardzie: *Wykorzystywanie wiedzy w praktyce*.

Niniejsze opracowanie, które opiera się na analizie rozwiązań uczniowskich powyższych zadań z arkusza Sprawdzian 2012 r., jest próbą odpowiedzi na tytułowe pytanie: „W jakim stopniu uczniowie opanowali umiejętność *Wykorzystywania wiedzy w praktyce?*”.

Cel badania

Celem badania było sprawdzenie, w jaki sposób uczniowie klas szóstych rozwiązywali zadania matematyczne otwarte, które badały umiejętności z obszaru *Wykorzystywanie wiedzy w praktyce*. Opanowanie umiejętności z tego obszaru standardu wypadło najsłabiej zarówno w skali kraju, jak również w rejonie Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Krakowie. Uczniowie, rozwiązując zadania z tego obszaru, uzyskali 46,5% możliwych do zdobycia punktów w skali kraju; a w skali OKE w Krakowie uzyskali 48,3% możliwych do zdobycia punktów. Wyniki te pokazują, że umiejętności z tego obszaru nie zostały opanowane na poziomie koniecznym, czyli 50% możliwych do zdobycia punktów.

Analizie zostały poddane rozwiązania uczniowskie dwóch zadań matematycznych otwartych:

1. zadanie 21.
2. zadanie 23.

Treść zadań oraz klucze punktowania stanowią załączniki do niniejszego artykułu.

Badana populacja

Do badania zostały wybrane prace szóstoklasistów z gminy Kalwaria Zebrzydowska, w której wyniki sprawdzianu z roku 2012 były zbliżone do średniego wyniku w kraju. Sprawdzono 211 prac uczniów zgodnie z kluczem punktowania zadań otwartych przyjętym w roku 2012.

Wyniki badań

Poniższe tabele przedstawiają wyniki przeprowadzonej analizy. W tabeli 1. zostały zaprezentowane i omówione rozwiązania uczniowskie zadania 21., natomiast w tabeli 2. zadania 23.

Tabela 1. Zadanie 21.

Liczba punktów	Realizacja	Procent uczniów	Komentarz
4 pkt	W pełni poprawne rozwiązanie	43,6%	Uczeń poprawnie oblicza ceny obu artykułów (długopisu i zeszytu)
3 pkt	Poprawne rozumowanie zawierające jeden błąd rachunkowy	9,5%	Uczeń ustala metodę wyznaczenia cen obu artykułów (długopisu i zeszytu), ale oblicza poprawnie tylko jedną z tych cen
2 pkt	A - wyznacza cenę tylko jednego artykułu	3,8%	Uczeń ustala metodę wyznaczenia ceny tylko jednego artykułu (długopisu lub zeszytu) i bezbłędnie oblicza tę cenę
	B - wyznacza obie ceny, ale z błędami rachunkowymi	2,8%	Uczeń ustala metodę wyznaczenia cen obu artykułów (długopisu i zeszytu), ale nie oblicza poprawnie żadnej z tych cen
	C - wyznacza cenę jednego artykułu, a cenę drugiego wyznacza błędną metodą	9,5%	Uczeń ustala metodę wyznaczenia ceny jednego artykułu (długopisu lub zeszytu) i bezbłędnie oblicza tę cenę, a cenę drugiego artykułu wyznacza błędną metodą
1 pkt	A - tylko przedstawia metodę wyznaczenia ceny jednego artykułu, ale popełnia błędy rachunkowe	0,9%	Uczeń ustala metodę wyznaczenia ceny jednego artykułu (długopisu lub zeszytu), ale nie oblicza poprawnie tej ceny
	B - przedstawia poprawną metodę wyznaczenia ceny jednego artykułu, ale dalsze rozwiązanie jest błędne	2,8%	Uczeń ustala metodę wyznaczenia ceny jednego artykułu (długopisu lub zeszytu), ale nie oblicza poprawnie tej ceny, a dalsze rozwiązanie przedstawia błędną metodę wyznaczenia ceny drugiego artykułu
0 pkt	A - przedstawia zupełnie niejasne rozumowanie, jego działania są przypadkowe	17,1%	Uczeń nie podaje poprawnej metody wyznaczenia ceny żadnego artykułu (długopisu, zeszytu), wykonuje przypadkowe działania na podanych w zadaniu liczbach
	B - uczeń wykonał odejmowanie 61,60 - 52, ale potem błędnie rozumuje	4,7%	Uczeń wykonuje odejmowanie wartości zakupów, ale dalsze rozumowanie jest błędne
	N - nie podejmuje próby rozwiązania zadania	5,2%	Uczeń nie podjął próby rozwiązania zadania

Ilustracją wyników przedstawionych i opisanych w powyższej tabeli jest poniższy diagram.

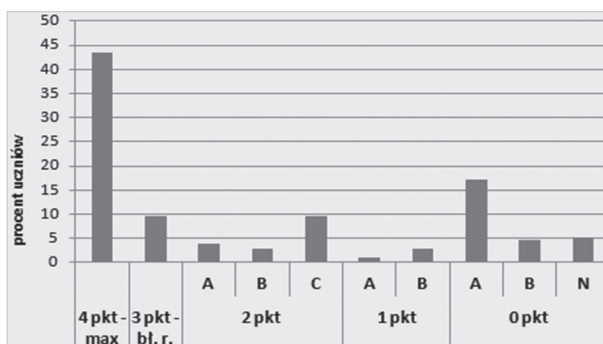


Diagram 1.

53% badanych szóstoklasistów przedstawiło poprawną metodę wyznaczenia cen obu artykułów (długopisu i zeszytu), ale co piąty uczeń z tej grupy popełnił jeden błąd rachunkowy przy wyznaczaniu jednej z cen.

73% grupy szóstoklasistów przedstawiło metodę wyznaczenia ceny przynajmniej jednego artykułu, uzyskując tym samym co najmniej 1 punkt za przedstawione rozwiązanie. W tej grupie jest 18,2% uczniów, którzy przedstawiając poprawną metodę wyznaczenia ceny jednego z artykułów, popełnili błędy rachunkowe w swych obliczeniach. Blisko co piąty uczeń, przedstawiając plan rozwiązania zadania, nawet częściowy, nie realizuje go w pełni poprawnie. Można założyć, że błędy rachunkowe dotyczyły kłopotów z tabliczką mnożenia względnie z algorytmem pisemnego sposobu liczenia. Poprawienie sprawności rachunkowej tej grupy uczniów przyczyniłoby się do uzyskania co najmniej jednego punktu więcej za przedstawione rozwiązanie. Można założyć, że poziom wykonania tego zadania wzrósłby tym samym do poziomu blisko 60% punktów możliwych do osiągnięcia.

Ponad 21% uczniów badanej grupy nie zdobyło w ogóle punktów za rozwiązanie tego zadania, przedstawiając niejasne rozumowanie, mimo prawidłowo rozpoczętego rozwiązania, jakim było wykonanie odejmowania: $61,60 \text{ zł} - 52 \text{ zł}$. Natomiast z całej badanej grupy ponad 5% uczniów nie podjęło próby rozwiązania zadania.

Oto przykłady prac z błędami rachunkowymi:

Przykład 1.

Zapisz wszystkie obliczenia.

$x = \text{długopis}$ $y = \text{zeszyt}$
 $61,60 \text{ zł} - 52 = 9,60$ $9,60 : 3 = x$
 $x = 3,20$
 $5 \cdot 3,20 \text{ zł} = 16 \text{ zł}$
 $52 \text{ zł} - 16 \text{ zł} = 36 \text{ zł}$
 $36 \text{ zł} : 8 = y$
 $y = 4,50 \text{ zł}$

Arithmetic calculations shown in a circle:

$$\begin{array}{r} 4 \\ 36 : 8 \\ - 32 \\ \hline 4 \end{array}$$

3

Odpowiedź: Jeden długopis kosztuje $3,20 \text{ zł}$, a jeden zeszyt $4,50 \text{ zł}$

Przykład 2.

Zapisz wszystkie obliczenia.

$61,60$
 $- 52,00$
 $\hline 9,60$

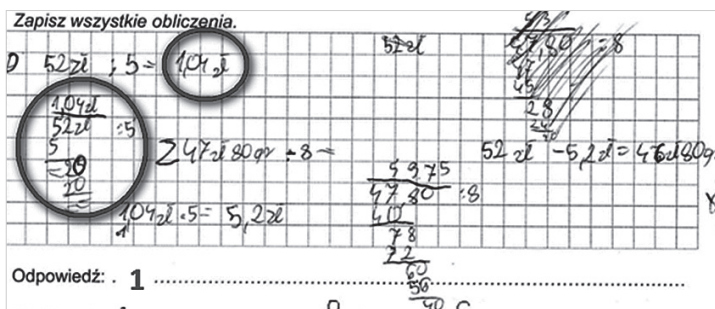
$2,8(6) \cdot 3 = 8,6(0)$
 $8,60 : 3 = 2,8(6)$
 $2,8(6) \cdot 5 = 14,40$

Arithmetic calculations shown in circles:

$$\begin{array}{r} 5,45 \\ 40,60 : 8 \\ - 40 \\ \hline = 60 \\ - 58 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline = 0 \end{array}$$

Odpowiedź: Jeden długopis kosztuje $2,8(6) \text{ zł}$ a jeden zeszyt $5,45 \text{ zł}$

Przykład 3.



W tabeli 2. zostały zaprezentowane i omówione rozwiązania uczniowskie zadania 23.

Tabela 2. Zadanie 23.

Liczba punktów	Realizacja	Procent uczniów	Komentarz
2 pkt	W pełni poprawne rozwiązanie	31,3%	Uczeń poprawnie oblicza czas skanowania jednej strony w sekundach
1 pkt	A - poprawnie stosuje jednostki czasu, ale wykonuje błędne rachunki	6,6%	Uczeń bezbłędnie wyraża w sekundach 15 minut lub liczbę minut wynikającą z obliczeń, ale niepoprawnie wyznacza czas skanowania jednej strony
	B - poprawnie liczy, ale błędnie stosuje jednostki czasu	7,1%	Uczeń wyznacza przedziału czasu, ale niepoprawnie wyraża w sekundach 15 minut lub liczbę wynikającą z obliczeń
0 pkt	A - stosuje błędną metodę (dzielenie 25 : 15)	36,5%	Uczeń stosuje błędną metodę, wykonując odwrotne dzielenie; nie ma świadomości, że wyznacza liczbę stron skanowanych w czasie jednej minuty
	B - zapisuje tylko: 1 min = 60 s	0,9%	Uczeń odtwarza tylko podstawową zależność między minutą a sekundą
	C - wykonuje dowolne działania na podanych liczbach	12,8%	Uczeń wykonuje dowolne, przypadkowe działanie na występujących w zadaniu liczbach
	N - nie podejmuje próby rozwiązania zadania	4,7%	Uczeń nie podjął próby rozwiązania zadania

Ilustracją wyników przedstawionych i opisanych w powyższej tabeli jest poniższy diagram.

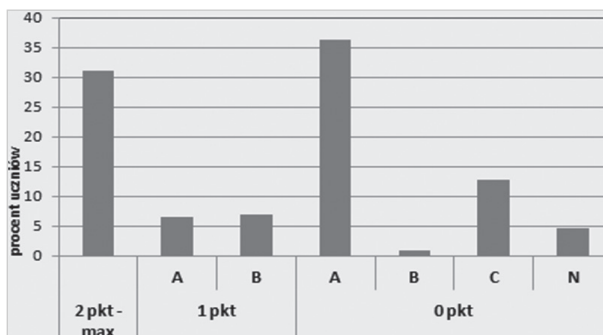


Diagram 2.

Niewiele ponad 30% badanej grupy uczniów w pełni poprawnie rozwiązało zadanie, natomiast tylko 13,7% uczniów tej grupy rozwiązało zadanie częściowo poprawnie, zdobywając zaledwie 1 punkt. Wśród tych uczniów porównywalnie tyle samo było takich, którzy poprawnie posługiwali się jednostkami czasu, ale nie radzili sobie z poprawnym wykonaniem obliczeń, oraz takich, którzy poprawnie wykonali obliczenia, ale niepoprawnie zamieniali jednostki czasu. Ponad połowa uczniów (54,9%) otrzymała za przedstawione rozwiązanie 0 punktów. Analizując rozwiązania szóstoklasistów, można zauważyć, że uczniowie częściej wykonywali działanie $25 : 15$ niż poprawne odwrotne działanie $15 : 25$. Uczniowie ci nie mieli świadomości, że wyznaczają liczbę stron, jaką można zeskanować w ciągu 1 minuty. Wynik dzielenia 25 przez 15 interpretowali jako czas skanowania jednej strony wyrażony w minutach, a wyznaczoną liczbę zamieniali na sekundy, co powodowało, że zaprezentowana metoda była błędna i za takie rozwiązanie otrzymywali 0 punktów. W tej grupie zdających są też uczniowie, którzy nie podjęli próby rozwiązania tego zadania. Stanowią oni, podobnie jak w poprzednim zadaniu, blisko 5% badanych uczniów. Można przypuszczać, że częstszy wybór działania $25 : 15$ wynika z kolejności występowania liczb w zadaniu. Uczniowie intuicyjnie widzą rozwiązanie w dzieleniu podanych liczb i wybierają dzielenie liczbby większej przez mniejszą, sugerując się kolejnością, w jakiej występują te liczby w zadaniu.

Przedstawiona analiza ilustruje, w jaki sposób uczniowie rozwiązywali zadania matematyczne otwarte z arkusza Sprawdzian 2012, w jakim stopniu umiejętności opisane w standardzie: *Wykorzystywanie wiedzy w praktyce* są przez uczniów dobrze opanowane.

Wnioski

1. Przedstawienie sposobu rozwiązania zadania 21. większości uczniom nie sprawiło kłopotu, ale realizacja tego sposobu napotkała trudności. Blisko 20% badanych uczniów nie ma opanowanej sprawności rachunkowej. Pojawiały się błędy związane z opanowaniem tabliczki mnożenia albo z algorytmem działań pisemnych. Ten brak opanowania sprawności rachunkowej występował w takiej samej skali zarówno w rozwiązaniach zadania 21., jak i zadania 23.
2. Połowa badanych uczniów nie przedstawiła nawet częściowo poprawnego rozwiązania zadania 23. - otrzymali 0 punktów za swoje rozwiązanie. W tej grupie badanych wybrana kolejność dzielenia liczb świadczyłaby o niezrozumieniu sensu wykonywanego działania i właściwego interpretowania otrzymanego ilorazu.
3. Poziom wykonania zadania 21. w badanej grupie wyniósł 59,7% możliwych punktów do zdobycia natomiast poziom wykonania zadania 23. wyniósł 38,2% punktów możliwych do zdobycia.

Należy zwrócić uwagę nie tylko na strategie rozwiązywania zadań, ale także doskonalić sprawność rachunkową uczniów.

Kształcenie umiejętności matematycznych jest szczególnie ważne w kontekście planowanych zmian w sprawdzianie od roku 2015, jak również zmian już dokonanych w egzaminie gimnazjalnym i w przyszłości w egzaminie maturalnym.

Na podstawie tylko tych dwóch zadań opanowanie umiejętności *Wykorzystywania wiedzy w praktyce* kształtuje się na poziomie koniecznym, czyli około 50% punktów możliwych do zdobycia w tych zadaniach.

Lepsza sprawność rachunkowa uczniów pozwoli im na osiągnięcie wyższego, wynoszącego blisko 60%, poziomu opanowania umiejętności opisanych standardem: *Wykorzystywanie wiedzy w praktyce*.

Załączniki:

Załącznik 1.

Zadanie 21. Sprawdzian 2012 r.

Za 8 jednakowych zeszytów i 5 jednakowych długopisów Marek zapłacił 52 zł. Gdyby kupił o 3 długopisy więcej, to zapłaciłby 61,60 zł. Ile kosztuje jeden długopis, a ile jeden zeszyt? Zapisz wszystkie obliczenia.

Odpowiedź:)

Klucz punktowania zadania 21. w 2012 roku

ZADANIE 21. (0-4 p.)		
Kryteria i zasady przyznawania punktów	Liczba punktów	Numer standardu
<p>4 punkty Uczeń poprawnie oblicza ceny obu artykułów (długopisu i zeszytu).</p> <p>3 punkty Uczeń ustala metodę wyznaczenia cen obu artykułów (długopisu i zeszytu), ALE oblicza poprawnie tylko jedną z tych cen. Uwaga: Jeśli uczeń popełni błędy rachunkowe przy obliczaniu ceny jednego artykułu i otrzymany wynik konsekwentnie wykorzystuje do bezbłędnych obliczeń przy wyznaczaniu ceny drugiego artykułu - przyznajemy 3 punkty.</p> <p>2 punkty Uczeń ustala metodę wyznaczenia ceny jednego artykułu (długopisu lub zeszytu) i bezbłędnie oblicza tę cenę, ALE nie przedstawia poprawnego sposobu wyznaczenia ceny drugiego artykułu. LUB Uczeń ustala metodę wyznaczenia cen obu artykułów (długopisu i zeszytu), ALE nie oblicza poprawnie żadnej z tych cen.</p> <p>1 punkt Uczeń ustala metodę wyznaczenia ceny jednego artykułu (długopisu lub zeszytu), ALE nie oblicza poprawnie tej ceny ORAZ nie przedstawia poprawnego sposobu wyznaczenia ceny drugiego artykułu.</p> <p>0 punktów Uczeń nie podaje poprawnej metody wyznaczenia ceny żadnego artykułu (długopisu, zeszytu).</p>	0-4	5.3

Załącznik 2.

Zadanie 23. Sprawdzian 2012 r.

Skanowanie 25 stron trwało 15 minut. Ile sekund zajęło średnio skanowanie jednej strony? Zapisz obliczenia.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Klucz punktowania zadania 23. w roku 2012

ZADANIE 23. (0-2 p.)		
Kryteria i zasady przyznawania punktów	Liczba punktów	Numer standardu
2 punkty Uczeń poprawnie oblicza czas skanowania jednej strony w sekundach.	0-2	5.3
1 punkt Uczeń bezbłędnie wyraża w sekundach 15 minut lub liczbę minut wynikającą z obliczeń, ALE niepoprawnie wyznacza czas skanowania jednej strony. LUB Uczeń wyznacza 1/25 przedziału czasu, ALE niepoprawnie wyraża w sekundach 15 minut lub liczbę minut wynikającą z obliczeń.		
0 punktów Uczeń popełnia błędy przy zamianie minut na sekundy ORAZ przy wyznaczeniu czasu skanowania jednej strony.		