

Karolina Kołodziej, Elżbieta Tyralska-Wojtycza
Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie

Osiągnięcia gimnazjalistów w rozwiązywaniu problemów na przykładzie części matematyczno-przyrodniczej egzaminu

Wprowadzenie

W badaniach wykorzystano wyniki egzaminów gimnazjalnych w części matematyczno-przyrodniczej uczniów zdających egzamin w latach 2002 – 2008 na terenie działania OKE w Krakowie. Warto przy tym zaznaczyć, że przeciętnie co piąty polski uczeń zdaje egzamin w szkole położonej na tym terenie. Równocześnie wyniki uzyskiwane przez gimnazjalistów w tej części egzaminu plasują się w czołówce wyników ogólnopolskich. Mimo generalnie wysokich osiągnięć, poziom wykonania zadań, które sprawdzają umiejętności rozwiązywania problemów (zaliczanych do IV obszaru standardów wymagań egzaminacyjnych) od początku trwania egzaminów zewnętrznych waha się w granicach 31% – 38%. Wobec wyższych wyników uzyskiwanych przez uczniów w pozostałych obszarach standardów wymagań egzaminacyjnych rodzi się pytanie, co sprawia, że tak trudno zbliżyć się choćby do progu 50% wykonania zadań, który uznaje się za poziom konieczny, czyli niezbędny w dalszej edukacji.

Analiza wyników uczniów w czterech obszarach standardów wymagań egzaminacyjnych

Wyniki egzaminu gimnazjalnego w części matematyczno-przyrodniczej w latach 2002 – 2008 pozwalają stwierdzić, że zdający najlepiej opanowali umiejętności wyszukiwania i stosowania informacji (obszar II). Poziom wykonania zadań z tego zakresu przez sześć lat oscylował wokół 70%, wyjątek stanowi rok 2004, w którym ten wskaźnik spadł do 53%. W kolejnych siedmiu latach egzaminu gimnazjalnego najbardziej zróżnicowane wyniki uzyskiwali uczniowie za zadania sprawdzające umiejętności stosowania terminów, pojęć i procedur (obszar I). Poziom wykonania tej grupy zadań zawierał się w przedziale 44% – 67%. Umiejętność wskazywania i opisywania faktów, związków i zależności przyczynowo-skutkowych (obszar III) wykazywała tendencję spadkową – od 58% w roku 2002 do 39% w 2005. W ostatnich trzech latach poziom wykonania zadań z tej grupy umiejętności rósł, osiągając w bieżącym roku poziom 55%. Osiągnięcia uczniów w stosowaniu wiedzy do rozwiązywania problemów (obszar IV) są najniższe i waha się w granicach 31% – 38% wykonalności, równocześnie są one mniej zróżnicowane niż w pozostałych trzech obszarach. Szczegóły przedstawia poniższa tabela.

Tabela 1. Wyniki egzaminu gimnazjalnego w części matematyczno-przyrodniczej w latach 2002 – 2008 uzyskane przez uczniów z terenu OKE w Krakowie w obszarach standardów wymagań egzaminacyjnych

Obszar standardów	Rok egzaminu							Rozstępek
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	
	Poziom wykonania zadań (w %)							
I	67	52	58	54	44	44	51	23
II	69	72	53	65	67	69	72	19
III	58	51	48	39	46	53	55	19
IV	35	31	31	36	31	36	38	7
Ogółem w OKE Kraków	60	53	49	49	48	52	55	12

Mając na uwadze przydatność życiową stosowania zintegrowanej wiedzy do rozwiązywania problemów oraz niski poziom opanowania umiejętności z tego zakresu, uznano za celowe przeprowadzenie dokładniejszych analiz, szukanie przyczyn takiego stanu rzeczy oraz sformułowanie spostrzeżeń i wniosków, które wspomogą nauczycieli w ich pracy z uczniem.

Celem osiągnięcia powyższych założeń dokonano analizy wyników egzaminów gimnazjalnych w części matematyczno-przyrodniczej uzyskanych przez uczniów w zakresie stosowania zintegrowanej wiedzy i umiejętności do rozwiązywania problemów (obszar IV) za lata 2002 – 2006 z uwzględnieniem:

- rodzaju i formy zadań,
- poziomu wykonania zadań sprawdzających umiejętności z tego obszaru,
- rodzaju badanych czynności,
- treści przedmiotowych.

Rodzaj i forma zadań

Każdego roku za zadania dotyczące rozwiązywania problemów można uzyskać 8 punktów, tj. 16% ogólnej liczby punktów możliwych do uzyskania z części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego. Wyjątek stanowił rok 2002, w którym za tę grupę umiejętności przydzielono 10 punktów. Łącznie w badanym okresie czasu można było zdobyć 58 punktów.

W ciągu siedmiu lat egzaminu umiejętności rozwiązywania problemów sprawdzano głównie zadaniami otwartymi rozszerzonej odpowiedzi. Za wykonanie zadań tego rodzaju zdający mogli otrzymać 43 punkty, co stanowi ok. 74% punktów możliwych do uzyskania. Ponad 15% punktów można było uzyskać, rozwiązując zadania zamknięte wielokrotnego wyboru (9 p.). Analizowane umiejętności badano najrzadziej zadaniami otwartymi krótkiej odpowiedzi, można było za nie otrzymać 6 punktów, co stanowi ponad 10% łącznej liczby punktów z tego obszaru. Przewaga zadań rozszerzonej odpowiedzi w badaniu tej grupy umiejętności jest uzasadniona, gdyż problem w swojej naturze ma charakter złożony i jego rozwiązanie wymaga zazwyczaj wykonania wielu kroków.

Poziom wykonania zadań sprawdzających umiejętności rozwiązywania problemów

Poziom rozwiązywania zadań w badanej grupie umiejętności zawiera się w przedziale od 21% do 54%. Dominowały zadania, których poziom wykonania mieści się w granicach 21% – 47%, co oznacza, że badane umiejętności były dla uczniów trudne. Łącznie za zadania z tego zakresu wykonalności można było otrzymać 54 z 58 możliwych do uzyskania punktów. W grupie tej znajdują się wszystkie zadania otwarte oraz pięć zadań zamkniętych wielokrotnego wyboru. Pozostałe 4 punkty można było otrzymać za zadania zamknięte wielokrotnego wyboru. Sprawdzane nimi umiejętności były dla zdających umiarkowanie trudne – poziom ich wykonania zawiera się w granicach 52% – 54%.

W 13 spośród 23 analizowanych zadań zastosowano różne formy graficzne: rysunki, schematy, fragmenty map, diagramy, wykresy. Nie zaobserwowano związku między poziomem wykonania zadania a zastosowanymi formami graficznymi.

Tabela 2. Poziom wykonania zadań sprawdzających umiejętności rozwiązywania problemów w latach 2002 – 2008 (wyniki z terenu działania OKE w Krakowie)

Nr zadania	Rok egzaminu	Poziom wyk. zad. (w %)	Poziom wykonania czynności (w %)						Liczba pkt. ogółem	Forma zad.	Treści przedm.	Grafika
			1	2	3	4	5	6				
32	2008	21	28	14					2	KO	M	rysunki
35	2002	22	20*	26	23				3	RO	Ch	rysunek
32	2003	23	44	25	16	15	15		5	RO	M/F	
32	2007	23	7	46	35	5			4	RO	M	rysunki
34	2004	30	33	31	39	29	18		5	RO	M	
30	2006	30	51	19	38	11			4	RO	M	rysunek
33	2006	30	40	33	17				3	RO	F	
33	2002	31	33	36	28				3	RO	M	rysunki
33	2004	31	45	35	13				3	RO	F	
30	2005	31	47	14					2	KO	G	siatka kartograficzna
13	2003	32	32						1	WW	M	
20	2005	36	36						1	WW	Ch/M	
29	2002	37	43	38	33				3	RO	M	
35	2005	37	53	61	31	27	15		5	RO	M	
16	2006	39	39						1	WW	G	mapa
28	2007	44	44						2	KO	M/F	rysunki, wykresy
26	2008	44	73	64	42	30	41	13	6	RO	M	rysunki
21	2002	47	47						1	WW	M	
17	2003	47	47						1	WW	Ch	rysunki
12	2007	52	52						1	WW	M	wykresy
9	2002	54	54						1	WW	F	
22	2003	54	54						1	WW	F/G	wykres
22	2007	54	54						1	WW	F	rysunki

* czynność należy do obszaru III

Rodzaj badanych czynności

Na podstawie analizy treści zadań arkuszy egzaminacyjnych zastosowanych w egzaminach masowych w części dotyczącej rozwiązywania problemów, odpowiadających im fragmentów kartotek i schematów oceniania wyróżniono sześć kategorii umiejętności. Za kryterium podziału przyjęto zbliżone operacje myślowe, które zdający wykonywali w trakcie rozwiązywania zadań egzaminacyjnych.

- I. Interpretacja treści zadania
- II. Wnioskowanie typu uogólnianie
- III. Stosowanie praw, twierdzeń, wzorów
- IV. Rozumienie/realizacja polecenia
- V. Wnioskowanie przyczynowo-skutkowe
- VI. Wykonywanie obliczeń, w tym interpretacja wyniku

I. Interpretacja treści zadania

Powodzenie w rozwiązaniu zadań o charakterze problemowym zależy często od prawidłowej interpretacji ich treści. Zazwyczaj nie stosuje się w nich poleceń wprost, czyli takich, które sugerują uczniowi, jaki wzór, prawo czy metodę powinien zastosować. Zdający samodzielnie musi zaplanować kolejne kroki, zapisać treść zadania w języku przedmiotów matematyczno-przyrodniczych, czyli wybrać z zasobu swojej wiedzy i umiejętności te, które pozwolą ustalić charakter sytuacji zadaniowej i dobrać odpowiednią metodę rozwiązania zadania czy jednego z jego etapów.

Do grupy tej zaliczono: ułożenie proporcji (zad. 35-2¹/2002), zilustrowanie treści zadania z uwzględnieniem zjawiska odbicia promieni świetlnych oraz ułożenie proporcji (zad. 32-1,2/2003), obliczenie liczby na podstawie jej procentu (zad. 32-1/2007), obliczenie objętości stożka i walca (zad. 34-2,3/2004), ułożenie proporcji z uwzględnieniem długości belki (zad. 30-2/2006), zastosowanie poprawnej metody obliczenia pola powierzchni bocznej ostrosłupa i stożka (zad. 33-1,2/2002), wskazanie układu równań, którego rozwiązaniem są wartości indeksów stechiometrycznych (zad. 20/2005), ustalenie zależności między wskazanymi odcinkami drogi i ułożenie równania (zad. 29-1,2/2002), obliczenie wartości zaoszczędzonej kwoty (zad. 35-3/05), obliczenie wartości funkcji opisanej słownie (zad. 16/2006), zastosowanie metody obliczenia trzeciej krawędzi prostopadłościanu (zad. 26-3/2008).

W zastosowanej podczas egzaminu gimnazjalnego grupie zadań o charakterze problemowym umiejętności interpretacji treści zadania sprawdzane były w dziewięciu zadaniach otwartych rozszerzonej odpowiedzi oraz w dwóch zadaniach zamkniętych wielokrotnego wyboru. W pięciu spośród zadań otwartych badana czynność stanowiła pierwszy etap rozwiązywania problemu, w pozostałych

¹ Liczby zapisane po numerze zadania a przed datą roczną oznaczają kolejne czynności, jakie wykonuje uczeń w danym zadaniu, za które otrzymuje punkty.

czterech poprzedzały ją czynności zaliczane przez autorki opracowania do kategorii III – *Stosowanie praw, twierdzeń, wzorów*. Poziom wykonania czynności związanych z interpretacją treści zadania wahał się w granicach 7% – 44%, przybierając najczęściej wartości z przedziału 31% – 39%. Najtrudniejsze (poziom wykonania 7%) dla zdających okazało się obliczenie liczby na podstawie jej procentu, problemem była interpretacja sytuacji zadaniowej, czyli zauważenie, że wysokość wału powodziowego po osiadaniu stanowi 80% wysokości wału, który należy usypać. Większość egzaminowanych przyjmowała podaną w zadaniu wartość za 100% (zad. 32-1/2007). Z kolei najłatwiejszą czynnością (poziom wykonania 44%) w tej grupie było zilustrowanie treści zadania rysunkiem schematycznym z uwzględnieniem zjawiska odbicia promieni świetlnych (zad. 32-1/2003). Na marginesie warto tu dodać, że niewiele ponad połowa z nich wykorzystywała wykonany przez siebie rysunek do ułożenia odpowiedniej proporcji. Rozwiązywalność zdań zamkniętych w tej kategorii mieściła się w przedziale najczęstszych wyników z tej grupy umiejętności i była równa 36% dla zadania 20/2005 oraz 39% dla zadania 16/2006.

II. Wnioskowanie typu uogólnianie

Aktywność umysłowa ucznia realizującego tę kategorię umiejętności polega na odkryciu prawidłowości na podstawie obserwacji, a następnie zastosowaniu indukcji i analogii do uogólnienia zgodnie z poleceniem zawartym w zadaniu. Umiejętności tego typu nie były badane tak często jak poprzednie.

W tej grupie zadań należało: obliczyć długość chodnika złożonego z 6 płytek o podanym kształcie i ułożyć wyrażenie algebraiczne na długość chodnika składającego się z n płytek (zad. 32-1,2/2008), wskazać liczbę ustawień zerojedynkowych w ciągu trzejelementowym (zad. 21/2002), sprawdzić zgodność podanych stwierdzeń z warunkami zadania (zad. 12/2007).

W omawianym okresie umiejętności te sprawdzane były trzema zadaniami, w tym jednym otwartym krótkiej odpowiedzi (w którym obydwie z badanych czynności należą do tej samej grupy) i dwoma zamkniętymi wielokrotnego wyboru. Poziom wykonania zadań zamkniętych wynosi odpowiednio 47% (zad. 21/2002) i 52% (zad. 12/2007). Zadanie krótkiej odpowiedzi rozwiązało 21% zdających (zad. 32-1,2/2008), przy czym obliczenie długości chodnika ułożonego z sześciu płytek wykonało 28% z nich, a ustalenie wyrażenia na długość chodnika złożonego z n płytek zrealizowało 2 razy mniej egzaminowanych.

III. Stosowanie praw, twierdzeń, wzorów

Niezależnie od pozostałych kategorii umiejętności w trakcie rozwiązywania zadania zdający, chcąc uzyskać punkty, musi wykazać się sprawnością stosowania praw, twierdzeń i wzorów. Umiejętność ta była sprawdzana w każdym z zadań otwartych rozszerzonej odpowiedzi z grupy zadań o charakterze problemowym oraz w trzech spośród dziewięciu zadań zamkniętych wielokrotnego wyboru. Omawiana tu kategoria umiejętności występuje w bezpośrednim sąsiedztwie kategorii *Interpretacja treści zadania*.

Stopień wykonania umiejętności z tej kategorii zawiera się w przedziale 15% – 73%. Najniższy poziom realizacji czynności (15%) dotyczy końcowego etapu zadania, w którym sprawdzana była poprawność rozwiązania proporcji (zad. 32-4/2003). Taki wynik jest konsekwencją faktu, że kolejne czynności w zadaniach w pewnym sensie „dziedziczą” błędy poprzednich etapów danego zadania i w ten sposób poziom ich wykonania jest niższy od czynności je poprzedzających. Najwyższy poziom wykonania (73%) uzyskała czynność pierwsza w zadaniu 26-1/2008. Na taki rezultat miało wpływ podanie wzorów w treści zadania. Dwa spośród trzech zadań zamkniętych wielokrotnego wyboru osiągnęły poziom wykonania 54% (zad. 9/2002, 22/2007) a w trzecie – 32% (zad. 13/2003). W ostatnim z wyżej wymienionych zadań należało zastosować zależność między objętościami figur podobnych, było dla zdających najtrudniejsze.

Czynności, które powinni wykonać zdający w tej kategorii: obliczyć masę kwasu (zad. 35-3/2002), wpisać właściwe dane do ułożonej proporcji i rozwiązać tę proporcję (zad. 32-2,3/2003), obliczyć pole trapezu (zad. 32-2/2007), zastosować twierdzenie Pitagorasa do obliczenia wysokości stożka (zad. 34-1/2004), zastosować twierdzenie Pitagorasa lub własności podobieństwa trójkątów dla obliczenia długości krokwi oraz obliczyć różnicę długości odcinków (zad. 30 1,3/2006), zastosować wybrany wzór na obliczenie mocy baterii z uwzględnieniem jednostek (zad. 33-1/2006), obliczyć wartość przepływającego ładunku oraz czas pracy baterii (zad. 33-1,2/2004), zastosować zależność między objętościami figur podobnych (zad. 13/2003), posłużyć się metodą obliczenia kosztu benzyny i gazu (zad. 35-1,2/2005), zastosować metodę obliczenia pola powierzchni oraz objętości kuli (zad. 26-1,2/2008), obliczyć godzinę rozpoczęcia ruchu (zad. 9/2002), wskazać rysunki przedstawiające siły działające na ciało, które porusza się ze stałą i zmienną prędkością (zad. 22/2007).

IV. Rozumienie/realizacja polecenia

Istotą tej kategorii jest uchwycenia takiego etapu rozwiązywania zadania, który prowadzi do uzyskania odpowiedzi na zadane pytanie lub polecenie. Charakterystyczne jest to, że w każdym z analizowanych zadań poprzedza ją przynajmniej jedna z wyróżnionych w opracowaniu kategorii – *Interpretacja treści zadania* lub *Stosowanie praw, twierdzeń, wzorów*. Na tym etapie zdający powinien zaprezentować sposób uzyskania końcowego wyniku. Zdarza się, że uczeń nie potrafi wykorzystać wyników częściowych do ustalenia ostatecznego rozwiązania.

W zakresie tej kategorii zdający mieli wykonać następujące szczegółowe czynności: obliczyć objętość graniastosłupa (zad. 32-3/2007), dokonać porównania ilorazowego uzyskanych objętości (zad. 34-4/2004), zastosować metodę wyznaczania liczby baterii (zad. 33-2/2006), porównać otrzymane wyniki (zad. 33-3/2002), zastosować metodę obliczenia czasu amortyzacji inwestycji (zad. 35 4/2005), porównać pola powierzchni prostopadłościanu i kuli (zad. 26-5/2008). Umiejętności z tej kategorii badane były tylko zadaniami otwartymi rozszerzonej odpowiedzi. Poziom wykonania analizowanych w tej grupie czynności zawiera się w przedziale 27% – 35% i jest zawsze niższy od stopnia opanowania czynności bezpośrednio je poprzedzających.

V. Wnioskowanie przyczynowo-skutkowe

Istotnym etapem rozwiązywania zadań problemowych jest kojarzenie różnych faktów, wyników obserwacji lub doświadczeń i wyciąganie z nich wniosków. Umiejętności te sprawdzane były dwoma zadaniami otwartymi krótkiej odpowiedzi oraz dwoma zadaniami zamkniętymi wielokrotnego wyboru.

W tej grupie czynności zdający powinien: określić dzień tygodnia oraz godzinę w danym punkcie Ziemi (zad. 30-1,2/2005), dobrać wykresy ilustrujące charakter zależności wysokości poziomu wlewanej do naczyń wody od czasu (zad. 28/2007), zastosować metodę obliczenia pola powierzchni prostopadłościanu (zad. 26-4/2008), wybrać doświadczenie, które świadczy o obecności CaCO_3 w skorupce jajka (zad. 17/2003), wskazać miejsce, w którym temperatura wrzenia wody jest najniższa (zad. 22/2003).

Umiejętności w tej kategorii były badane dwoma zadaniami otwartymi krótkiej odpowiedzi oraz dwoma zadaniami zamkniętymi. Najtrudniejsze było zadanie otwarte (zad. 30/2005), którego poziom wykonania wynosi 31%. Mimo że generalnie sprawdzało umiejętność określania czasu w danym punkcie Ziemi, to jednak uzyskane wyniki były zróżnicowane wewnętrznie; dzień tygodnia poprawnie ustaliło 47% ogółu zdających, a godzinę w danym punkcie Ziemi tylko 14% z nich. Umiejętności badane w zadaniach zamkniętych dotyczyły interpretacji wykresu i schematów. Miały one charakter problemowy, ale ze względu na formę nie ma możliwości śledzenia procesu dochodzenia ucznia do wyniku, który jest efektem wnioskowania przyczynowo-skutkowego. Poziom realizacji – 47% (zad. 17/2003) oraz 54% (zad. 22/2003). Wszystkie zadania w tej kategorii zawierały mapy, rysunki lub wykresy.

VI. Wykonywanie obliczeń, w tym interpretacja wyniku

Poprawność obliczeń była oceniana praktycznie we wszystkich zadaniach otwartych. W kilku przypadkach do kategorii tej zaliczono również inne umiejętności. I tak w zadaniu 26-5/2008 była to umiejętność zaokrąglania wyniku, w zadaniu 33-3/2002 porównanie otrzymanych wyników, w kryterium 3. zadania 33/2006 interpretacje wyniku oraz w zadaniu 32-5/2003 użycie jednostki.

Umiejętność wykonywania obliczeń w każdym z analizowanych zadań ma najniższy poziom realizacji (od 11% do 18%). Trudno tu jednak wnioskować wprost o braku umiejętności wykonywania obliczeń przez zdających, gdyż na wartość tę mają wpływ wszelkie inne błędy popełnione przez ucznia we wcześniejszych etapach rozwiązywania zadania. Każdy błąd – nie tylko rachunkowy, ale także metodyczny – uniemożliwia uzyskanie prawidłowego wyniku. Może warto zastanowić się, czy nie byłoby celowe rozpatrzenie możliwości korzystania w czasie egzaminu z prostego kalkulatora i tym samym wyłączenie poprawności obliczeń z kategorii czynności zaliczanych do zastosowania wiedzy i umiejętności w rozwiązywaniu problemów.

Ilustracja przyjętego podziału na przykładzie zadań egzaminacyjnych

Zadanie 34. (0 – 5)/2004

Dziecko nasypuje piasek do foremek w kształcie stożka o promieniu podstawy 5 cm i tworzącej 13 cm. Następnie przesypuje go do wiaderka w kształcie walca o wysokości 36 cm i promieniu dwa razy większym niż promień foremki. Jaką część wiaderka wypełniło dziecko, wsypując 6 foremek piasku? Zapisz obliczenia.

Rozwiązanie tego zadania wymagało od ucznia zaplanowania i wykonania następujących kroków: zauważenia/ustalenia, że należy dokonać porównania objętości obu naczyń, wyznaczenia wysokości foremki w kształcie stożka, obliczenia objętości każdego z nich, ustalenia, jaką częścią objętości wiaderka jest objętość foremki, wykonanie poprawnych obliczeń.

W poniższej tabeli przedstawiono sposób przyporządkowania czynności ocenianych w zadaniu do zaproponowanych przez autorów badań kategorii umiejętności.

Poziom wyk. zadania (w%)	Numer czynności				
	1	2	3	4	5
	Poziom wykonania czynności w zadaniu (w %)				
30	33	31	39	29	18
Nazwa czynności	Stosuje tw. Pitagorasa do obliczenia wysokości stożka	Oblicza objętość stożka	Oblicza objętość walca	Dokonuje porównania ilorazowego uzyskanych objętości	Wykonuje poprawne obliczenia
Nr kategorii	III	I	I	IV	VI

Zadanie 33. (0 – 3)/2006

Państwo Kowalscy uzyskują z baterii słonecznej umieszczonej w ogrodzie prąd elektryczny o natężeniu 2 A przy napięciu 17 V. Ile co najmniej takich baterii należałoby zainstalować, aby uzyskać prąd elektryczny o mocy 2,5 kW? Zapisz obliczenia. Uwzględnij w swoich zapisach jednostki wielkości fizycznych.

Do rozwiązania zadania wykorzystaj jeden z podanych wzorów:

$$I = \frac{U}{R}, \quad P = U \cdot I, \quad W = P \cdot t$$

Oto kolejne kroki, które powinien wykonać uczeń, aby wyznaczyć minimalną liczbę baterii niezbędnych do otrzymania prądu o żądanej mocy: obliczyć moc jednej baterii z uwzględnieniem jednostek, ustalić sposób obliczenia liczby baterii, wykonać stosowne obliczenia i zaokrąglić wynik z nadmiarem do całości.

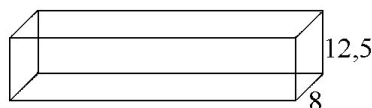
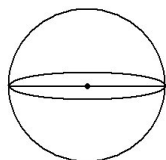
Zgodnie z zaproponowanymi kategoriami umiejętności, czynności ucznia zakwalifikowano następująco:

Poziom wyk. zadania (w %)	Numer czynności		
	1	2	3
	Poziom wykonania czynności w zadaniu (w %)		
30	40	33	17
Nazwa czynności	Stosuje metodę obliczenia mocy baterii z uwzgl. jednostek	Stosuje metodę wyznaczenia liczby baterii	Wykonuje poprawne obliczenia i poprawnie interpretuje wynik
Nr kategorii	III	IV	VI

Zadanie 26. (0 – 6)/2008

Kula o promieniu 10 cm i prostopadłościan, którego jedna ze ścian ma wymiary 8 cm i 12,5 cm, mają taką samą objętość. Oblicz, ile razy pole powierzchni prostopadłościanu jest większe od pola powierzchni kuli. Zapisz obliczenia. W obliczeniach przyjmij $\pi = 3$. Wynik zaokrąglij do części dziesiątych.

(Użyteczne wzory dotyczące kuli: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$, $P = 4 \pi r^2$, r – promień kuli)



W celu wykonania polecenia/uzyskania odpowiedzi uczeń powinien: obliczyć pole powierzchni i objętość kuli, zapisać zależność między objętościami pozwalającą obliczyć krawędź prostopadłościanu, zastosować wzór na objętość prostopadłościanu, dokonać porównania ilorazowego pól, wykonać niezbędne obliczenia i podać wynik z żadaną dokładnością.

Czynności, które wykonywał uczeń w tym zadaniu, zostały sklasyfikowane następująco:

Poziom wyk. zadania (w %)	Numer czynności					
	1	2	3	4	5	6
	Poziom wykonania czynności w zadaniu (w %)					
44	73	64	42	30	41	13
Nazwa czynności	Stosuje metodę obliczenia pola powierzchni kuli	Stosuje metodę obliczenia objętości kuli	Stosuje metodę obliczenia trzeciej krawędzi prostopadłościanu	Stosuje metodę obliczenia pola pow. prostopadłościanu	Porównuje pola pow. prostopadłościanu i kuli	Wykonuje poprawne obliczenia i zaokrągla wynik
Nr kategorii	III	III	I	III	IV	VII

Wszystkie podane przykłady zaliczamy do zadań otwartych rozszerzonej odpowiedzi. Zdający mogli za nie uzyskać od trzech do sześciu punktów, co wskazuje na duże zróżnicowanie stopnia złożoności zdań egzaminacyjnych w zakresie tej samej formy. Wieloraki jest także charakter badanych umiejętności, występują tu nieomal wszystkie z utworzonych dla potrzeb niniejszego badania kategorie. Warto zwrócić uwagę na czynności zaliczone do kategorii III, czyli stosowanie praw, twierdzeń, wzorów. Rozpiętość poziomu wykonania badanych w tym zadaniu czynności zawiera się w przedziale od 30% do 73%.

Jeśli spojrzymy na poziom wykonania analizowanych czynności chronologicznie, czyli zaczynając od roku 2004, poprzez rok 2006 i na roku 2008 kończąc, teza o coraz lepszym przygotowaniu kolejnych roczników uczniów wydawać się może słuszną. Musimy jednak odrzucić ten tok rozumowania, gdyż nie jest on poprawny.

W takim razie co jest źródłem rosnącego poziomu wykonania tych czynności?

Jeśli porównamy arkusze egzaminacyjne zastosowane w dotychczasowych egzaminach masowych, zauważymy, że ich konstruktorzy w kolejnych latach starają się formułować zadania w sposób bardziej jednoznaczny, a nawet sugerujący czynności, które należy wykonać. W zadaniu 34/2004 uczeń samodzielnie musiał zinterpretować treść zadania, czyli zauważyć, że należy obliczyć objętości brył, zapisać stosowne wzory i na tej podstawie dojść do wniosku, że do obliczenia objętości stożka niezbędne jest ustalenie jego wysokości. Ten tok rozumowania doprowadził do sytuacji, w której uczeń uznał za celowe zastosowanie twierdzenia Pitagorasa. Umiejętność tę zaprezentowało 33% zdających.

W dwa lata później w zadaniu 33/2006 uczeń powinien obliczyć moc baterii, w tym celu powinien zastosować odpowiedni wzór. Tym razem nie musiał pamiętać tego wzoru – wystarczyło, że zastosował jeden z trzech podanych. Wówczas poziom wykonania tej czynności wyniósł 40%.

Kolejne dwa lata później w zadaniu 26/2008 sprawdzano umiejętność obliczenia pola powierzchni i objętości kuli. W tym zadaniu zdający mieli podane użyteczne

wzory, które należało zastosować. Poziom wykonania omawianych czynności wyniósł odpowiednio: 73% i 64%. Kolejny krok z tej kategorii umiejętności to metoda obliczenia pola powierzchni prostopadłościanu, którą poprawnie zastosowało tylko 30% zdających. Zróżnicowanie poziomu wykonania czynności w obrębie tej samej kategorii wynika z faktu, że uczeń miał podane wzory dotyczące kuli, natomiast sposób obliczenia pola powierzchni prostopadłościanu musiał ustalić samodzielnie.

Treści przedmiotowe

W grupie zadań problemowych najliczniej reprezentowane były treści matematyczne. Poziom wykonania tych zadań był bardzo zróżnicowany i zawierał się w przedziale 21% – 52%. Dominowały tu zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi, których wykonalność nie przekroczyła progu 37%. Tylko jedno zadanie z tej grupy przedmiotowej zostało wykonane przez 52% zdających, było to zadanie zamknięte wielokrotnego wyboru.

Charakterystyczny jest poziom wykonania zadań opartych na treściach fizycznych. W tym przypadku próg 50% wykonania zadania był przekroczony, gdy umiejętności sprawdzano zadaniami zamkniętymi, natomiast spadał do 30% dla zadań otwartych. Z tego wynika, że poziom realizacji zadań badających umiejętność rozwiązywania problemów jest uzależniony zarówno od treści przedmiotowych, jak i od formy zadania.

Podsumowanie

1. Stosowanie zintegrowanej wiedzy do rozwiązywania problemów badano głównie zadaniami otwartymi rozszerzonej odpowiedzi.
2. Stwierdzono, że zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi są trudniejsze dla zdających niż zadania zamknięte wielokrotnego wyboru, na co z pewnością wpływa różny stopień złożoności problemu w każdej z tych form zadań.
3. W toku analizy treści zadań, schematów punktowania i kartotek wyodrębniono sześć kategorii umiejętności. Każda z nich obejmuje zbliżone operacje myślowe, które wykonywali zdający w trakcie rozwiązywania zadań egzaminacyjnych.
4. Zauważono, że niektóre kategorie umiejętności wystąpiły we wszystkich zadaniach otwartych, a część z nich pojawia się w określonej konfiguracji z innymi, jak na przykład *Rozumienie i realizacja treści polecenia* poprzedza przynajmniej jedna z pozostałych wyróżnionych w opracowaniu kategorii – *Interpretacja treści zadania* lub *Stosowanie praw, twierdzeń, wzorów*.

5. Stwierdzono, że istnieje związek między poziomem wykonania sprawdzanych czynności a wymaganiami stawianymi uczniom w danym zadaniu. W tej sytuacji być może warto wrócić do dyskusji na temat umiejętności, które chcemy badać podczas egzaminu gimnazjalnego i sposobu, w jaki chcemy to robić. Czy uczeń powinien znać wzory, czy istotniejsze jest, że będzie umiał zastosować świadomie wybrany spośród podanych, a może wystarczy badać, czy potrafi wykonywać operacje na podanych wzorach?
6. W badanej grupie umiejętności przeważają zadania o treściach matematycznych.
7. W celu podniesienia poziomu wykonania umiejętności badanych w obszarze IV proponujemy:
 - rozwiązywać więcej zdań dotyczących uogólniania i wnioskowania;
 - nauczanie rozwiązywania zadań problemowych poprzedzić rozwiązywaniem wiązek zadań, w których wykorzystuje się umiejętności pojedyncze;
 - wdrażać uczniów do zapisywania planu rozwiązania zadania złożonego, tak by nauczyli się spostrzegać i nazywać kolejne czynności, które należy wykonać, rozwiązując zadanie;
 - wyrabiać nawyki stosowania konsekwencji w opisie danych i szukanych, oraz sprawdzania realności wyników;
 - umożliwić korzystanie w czasie egzaminu z prostych kalkulatorów w celu ograniczenia wpływu poprawności rachunkowych na ogólny poziom wykonywania zadań z zakresu wykorzystania wiedzy i umiejętności do rozwiązywania problemów.

Opracowanie całościowe - zestawienia zadań, kartotek, schematów punktowania oraz obszerniejsze informacje na temat analizowanych zagadnień zamieszczono na stronie internetowej OKE w Krakowie, w zakładce *Egzaminy* → *Egzamin gimnazjalny* → *Informacje o wynikach* → *Jak uczniowie radzili sobie z rozwiązywaniem problemów w części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego? Analiza za lata 2002 - 2008.*

Bibliografia:

1. Biuletyny Informacyjne Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Krakowie. Informacja o wynikach egzaminu w klasie III gimnazjum w latach 2002 - 20008.
2. Arkusze egzaminacyjne, kartoteki, schematy oceniania CKE zastosowane w wiosennej, kwietniowej sesji egzaminacyjnej w latach 2002 - 2008.